On Sense and Reference

GOTTLOB FREGE

1848–1925

On Sense and Reference

Über Sinn und Bedeutung

Translated from the German with AI (Claude) and edited



FORAGE
forage.com

On Sense and Reference · Gottlob Frege (1848–1925)

Translated from the German with AI (Claude) and edited. Parallel-text edition, Forage, October 2026. forage.com/frege/sense-and-reference

German text: the first printing, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, N. F., vol. 100 (Leipzig: C. E. M. Pfeffer, 1892), pp. 25–50, from the transcription of the Deutsches Textarchiv (www.deutschestextarchiv.de/frege_sinn_1892) (text public domain; transcription CC BY-SA 4.0), with the long s modernized. Frege's letter-spaced emphasis is shown in italics; his footnotes are kept, numbered through the essay. English: translated from the German with AI (Claude), then edited for accuracy and consistency. Not reviewed by a human specialist. Free to reuse under CC BY-SA 4.0. Margin numbers are the page numbers of the 1892 journal and the paragraph beginning on that page (27.2 = p. 27, second paragraph); page breaks within a paragraph are marked in the text.

The original text is in the public domain. This translation is free to share and adapt under the Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International license (CC BY-SA 4.0): creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0

Set in Source Serif 4, with Gentium Book Plus.

CONTENTS

Introduction vii

On Sense and Reference 1

Sense and idea 4

The sense and reference of a sentence 8

The True and the False 10

Subordinate clauses 12

Clauses that name an object 15

Subsidiary thoughts 23

Back to identity 26

INTRODUCTION

Gottlob Frege (1848–1925) taught mathematics at Jena and spent his life trying to show that arithmetic is a branch of logic. Along the way he had to ask what words and sentences actually do, and in 1892 he published his answer in a philosophy journal: a twenty-six-page essay that became the starting point of modern philosophy of language.

The essay opens with a puzzle about identity. "The morning star is the morning star" is trivial, but "the morning star is the evening star" records an astronomical discovery—yet both names stand for the same planet, Venus. Frege's solution is to distinguish two things a sign has: its *reference*, the object it stands for, and its *sense*, the way that object is presented. Two names can share a reference and differ in sense; a name such as "Odysseus" can have a sense and perhaps no reference at all. Both are kept apart from the private ideas and images a word calls up in each of us.

Frege then carries the distinction from names to whole sentences. The sense of a sentence is the thought it expresses; its reference, he argues, is its truth value—the True or the False. Most of the essay tests this bold claim against subordinate clauses, reported speech and belief, conditionals and clauses of reason, before returning to the identity puzzle with which it began.

On Sense and Reference

Über Sinn und Bedeutung

Identity and the morning star; sense, reference and idea; the thought as the sense of a sentence and the truth value as its reference; subordinate clauses and indirect speech.

	GERMAN	ENGLISH
25.1	Die Gleichheit[1] fordert das Nachdenken heraus durch Fragen, die sich daran knüpfen und nicht ganz leicht zu beantworten sind. Ist sie eine Beziehung? eine Beziehung zwischen Gegenständen? oder zwischen Namen oder Zeichen für Gegenstände? Das Letzte hatte ich in meiner Begriffsschrift angenommen. Die Gründe, die dafür zu sprechen scheinen, sind folgende: a=a und a=b sind offenbar Sätze von verschiedenem Erkenntniswerte: a=a gilt a priori und ist nach Kant analytisch zu nennen, während Sätze von der Form a=b oft sehr wertvolle Erweiterungen unserer Erkenntnis enthalten und a priori nicht immer zu begründen sind. Die Entdeckung, daß nicht jeden Morgen eine neue Sonne aufgeht, sondern immer dieselbe, ist wohl eine der folgenreichsten in der Astronomie gewesen.	Identity[1] challenges reflection through questions that are bound up with it and are not altogether easy to answer. Is it a relation? A relation between objects? Or between names or signs for objects? The last is what I assumed in my *Begriffsschrift*. The reasons that seem to speak in its favor are the following. a=a and a=b are evidently sentences of different cognitive value. a=a holds a priori and, following Kant, is to be called analytic, whereas sentences of the form a=b often contain very valuable extensions of our knowledge and cannot always be established a priori. The discovery that it is not a new sun that rises every morning, but always the same one, was surely one of the most consequential in astronomy.[1]
	Noch jetzt ist die Wiedererkennung eines kleinen Planeten oder eines Kometen nicht immer etwas [26] Selbstverständliches. Wenn wir nun in der Gleichheit eine Beziehung zwischen dem sehn wollten, was die Namen „a“ und „b“ bedeuten, so schiene a=b von a=a nicht verschieden sein zu können, falls nämlich a=b wahr ist. Es wäre hiermit eine Beziehung eines Dinges zu sich selbst ausgedrückt, und zwar eine solche, in der jedes Ding mit sich selbst, aber kein Ding mit einem andern steht. Was man mit a=b sagen will, scheint zu sein, daß die Zeichen oder Namen „a“ und „b“ dasselbe bedeuten, und dann wäre eben von jenen Zeichen die Rede; es würde eine Beziehung zwischen ihnen behauptet.	Even now, recognizing a small planet or a comet as one already observed is not always something [26] self-evident. Now if we wanted to see in identity a relation between what the names “a” and “b” refer to, it would seem that a=b could not differ from a=a—provided, that is, that a=b is true. A relation of a thing to itself would be expressed by it, and indeed a relation in which each thing stands to itself but no thing to any other. What one wants to say with a=b seems to be that the signs or names “a” and “b” refer to the same thing. In that case it would be precisely those signs that were being talked about; a relation between them would be asserted.
26	Aber diese Beziehung bestände zwischen den Namen oder Zeichen nur, insofern sie etwas benennen oder bezeichnen. Sie wäre eine vermittelte durch die Verknüpfung jedes der beiden Zeichen mit demselben Bezeichneten. Diese aber ist willkürlich. Man kann Keinem verbieten, irgendeinen willkürlich hervorzubringenden Vorgang oder Gegenstand zum	But this relation would hold between the names or signs only insofar as they name or designate something. It would be a mediated relation, arising through the connection of each of the two signs with the same thing designated. But this connection is arbitrary. Nobody can be forbidden to adopt any arbitrarily producible event or object

1 Frege’s *Begriffsschrift* (“Concept-Script”, 1879) introduced his formal logical notation; there he treated identity as a relation between names.

GERMAN

Zeichen für irgend etwas anzunehmen. Damit würde dann ein Satz a=b nicht mehr die Sache selbst sondern nur noch unsere Bezeichnungsweise betreffen; wir würden keine eigentliche Erkenntnis darin ausdrücken. Das wollen wir aber doch grade in vielen Fällen.

Wenn sich das Zeichen „a“ von dem Zeichen „b“ nur als Gegenstand (hier durch die Gestalt) unterscheidet, nicht als Zeichen; das soll heißen: nicht in der Weise, wie es etwas bezeichnet: so würde der Erkenntnißwerth von a=a wesentlich gleich dem von a=b sein, falls a=b wahr ist. Eine Verschiedenheit kann nur dadurch zu Stande kommen, daß der Unterschied des Zeichens einem Unterschiede in der Art des Gegebenseins des Bezeichneten entspricht. Es seien a, b, c die Geraden, welche die Ecken eines Dreiecks mit den Mitten der Gegenseiten verbinden. Der Schnittpunkt von a und b ist dann derselbe wie der Schnittpunkt von b und c.

Wir haben also verschiedene Bezeichnungen für denselben Punkt, und diese Namen („Schnittpunkt von a und b“, „Schnittpunkt von b und c“) deuten zugleich auf die Art des Gegebenseins, und daher ist in dem Satze eine wirkliche Erkenntnis enthalten.

2

26.1 Es liegt nun nahe, mit einem Zeichen (Namen, Wortverbindung, Schriftzeichen) außer dem Bezeichneten, was die Bedeutung des Zeichens heißen möge, noch das verbunden zu denken, was ich den Sinn des Zeichens nennen möchte, worin die Art des Gegebenseins enthalten ist. Es würde danach in unserm Beispiele zwar die [27] Bedeutung der Ausdrücke „der Schnittpunkt von a und b“ und „der Schnittpunkt von b und c“ dieselbe sein, aber nicht ihr Sinn. Es würde die Bedeutung von „Abendstern“ und „Morgenstern“ dieselbe sein, aber nicht der Sinn.

27.1 Aus dem Zusammenhange geht hervor, daß ich hier unter „Zeichen“ und „Namen“ irgendeine Bezeichnung verstanden habe, die einen Eigennamen vertritt, deren Bedeutung also ein bestimmtes Gegenstand ist (dies Wort im weitesten Umfange genommen), aber kein Begriff und keine Beziehung, auf die in einem anderen Aufsatze

ENGLISH

as a sign for anything whatever. A sentence a=b would then no longer concern the matter itself, but only our manner of designation; we would not be expressing any genuine knowledge in it. But in many cases that is just what we want to do.

Suppose the sign “a” differed from the sign “b” only as an object (here, by its shape), not as a sign —that is to say, not in the way it designates something. Then the cognitive value of a=a would be essentially equal to that of a=b, provided a=b is true. A difference can arise only if the difference between the signs corresponds to a difference in the mode of presentation of what is designated. Let a, b, c be the straight lines connecting the vertices of a triangle with the midpoints of the opposite sides. The point of intersection of a and b is then the same as the point of intersection of b and c.

So we have different designations for the same point, and these names (“point of intersection of a and b”, “point of intersection of b and c”) at the same time indicate the mode of presentation; and that is why the sentence contains real knowledge.

It is natural, then, to think that connected with a sign (name, combination of words, written character) there is, besides what is designated—which may be called the reference of the sign—also what I should like to call the sense of the sign, in which the mode of presentation is contained. Accordingly, in our example the [27] reference of the expressions “the point of intersection of a and b” and “the point of intersection of b and c” would be the same, but not their sense. The reference of “evening star” and “morning star” would be the same, but not the sense.[3]

It is clear from the context that by “sign” and “name” I have here understood any designation that stands in for a proper name, and whose reference is thus a definite object (this word taken in its widest extent)—but not a concept or a relation, which will be discussed more closely in another

2

[1] Ich brauche dies Wort im Sinne von Identität und verstehe „a=b“ in dem Sinne von „a ist dasselbe wie b“ oder „a und b fallen zusammen.“

[1] I use this word in the sense of identity, and understand “a=b” in the sense of “a is the same as b” or “a and b coincide”.

3 Frege’s word *Bedeutung* is ordinary German for “meaning”; he makes it a technical term for what a sign stands for, rendered here as “reference”. The evening star and the morning star are both the planet Venus.

GERMAN

näher eingegangen werden soll. Die Bezeichnung eines einzelnen Gegenstandes kann auch aus mehreren Worten oder sonstigen Zeichen bestehn. Der Kürze wegen mag jede solche Bezeichnung Eigenname genannt werden.

27.2 Der Sinn eines Eigennamens wird von jedem erfaßt, der die Sprache oder das Ganze von Bezeichnungen hinreichend kennt, der er angehört[2]; damit ist die Bedeutung aber, falls sie vorhanden ist, doch immer nur einseitig beleuchtet. Zu einer allseitigen Erkenntniß der Bedeutung würde gehören, daß wir von jedem gegebenen Sinne sogleich angeben könnten, ob er zu ihr gehöre. Dahin gelangen wir nie.

5

27.3 Die regelmäßige Verknüpfung zwischen dem Zeichen, dessen Sinne und dessen Bedeutung ist der Art, daß dem Zeichen ein bestimmter Sinn und diesem wieder eine bestimmte Bedeutung entspricht, während zu einer Bedeutung (einem Gegenstande) nicht nur ein Zeichen zugehört. Derselbe Sinn hat in verschiedenen Sprachen, ja auch in derselben verschiedene Ausdrücke. Freilich kommen Ausnahmen von diesem regelmäßigen Verhalten vor. Gewiß sollte in einem vollkommenen Ganzen von Zeichen jedem Ausdrucke ein bestimmter Sinn entsprechen; aber die Volkssprachen [28] erfüllen diese Forderung vielfach nicht, und man muß zufrieden sein, wenn nur in demselben Zusammenhange dasselbe Wort immer denselben Sinn hat. Vielleicht kann man zugeben, daß ein grammatisch richtig gebildeter Ausdruck, der für einen Eigennamen steht, immer einen Sinn habe.

28 Aber ob dem Sinne nun auch eine Bedeutung entspreche, ist damit nicht gesagt. Die Worte „der von der Erde am weitesten entfernte Himmelskörper“ haben einen Sinn; ob sie aber auch eine Bedeutung haben, ist sehr zweifelhaft. Der Ausdruck „die am wenigsten convergente Reihe“ hat einen Sinn; aber man beweist, daß er keine Bedeutung hat, da man zu jeder convergenten Reihe eine weniger convergente, aber

ENGLISH

essay. The designation of a single object can also consist of several words or other signs. For brevity, every such designation may be called a proper name.[4]

The sense of a proper name is grasped by everyone who is sufficiently familiar with the language, or the totality of designations, to which it belongs[2]; but this only ever illuminates the reference, if there is one, from a single side. A comprehensive knowledge of the reference would require that we be able to say at once of any given sense whether it belongs to that reference. We never get that far.

The regular connection between a sign, its sense and its reference is such that to the sign there corresponds a definite sense, and to that sense in turn a definite reference, while to a reference (an object) there belongs more than one sign. The same sense has different expressions in different languages, and indeed even in the same language. To be sure, there are exceptions to this regular behavior. Certainly in a perfect totality of signs a definite sense ought to correspond to every expression; but ordinary languages [28] often fail to meet this requirement, and one must be content if the same word always has the same sense at least within the same context. Perhaps it may be granted that a grammatically well-formed expression that stands for a proper name always has a sense.

But this does not settle whether a reference also corresponds to the sense. The words “the celestial body most distant from the earth” have a sense; but whether they also have a reference is very doubtful. The expression “the least convergent series” has a sense; but it can be proved to have no reference, since for every convergent series one can find a less convergent, but still convergent,

4 The essay is Frege’s “On Concept and Object” (“Über Begriff und Gegenstand”), also published in 1892.

5

[2] Bei einem eigentlichen Eigennamen wie „Aristoteles“ können freilich die Meinungen über den Sinn auseinander gehen. Man könnte z. B. als solchen annehmen: der Schüler Platos und Lehrer Alexanders des Großen. Wer dies thut, wird mit dem Satze „Aristoteles war aus Stagira gebürtig“ einen andern Sinn verbinden als einer, der als Sinn dieses Namens annähme: der aus Stagira gebürtige Lehrer Alexanders des Großen. Solange nur die Bedeutung dieselbe bleibt, lassen sich diese Schwankungen des Sinnes ertragen, wiewohl auch sie in dem Lehrgebäude einer beweisenden Wissenschaft zu vermeiden sind und in einer vollkommenen Sprache nicht vorkommen dürften.

[2] In the case of a genuine proper name such as “Aristotle”, opinions about the sense may of course differ. One might, for instance, take it to be: the pupil of Plato and teacher of Alexander the Great. Anyone who does so will attach a different sense to the sentence “Aristotle was born in Stagira” from someone who took the sense of this name to be: the teacher of Alexander the Great who was born in Stagira. So long as the reference remains the same, these fluctuations of sense can be tolerated, although they too are to be avoided in the theoretical structure of a demonstrative science and ought not to occur in a perfect language.

GERMAN	ENGLISH
immer noch convergente finden kann. Dadurch also, daß man einen Sinn auffaßt, hat man noch nicht mit Sicherheit eine Bedeutung.	one. So by grasping a sense one does not yet have a reference with certainty.
28.1 Wenn man in der gewöhnlichen Weise Worte gebraucht, so ist das, wovon man sprechen will, deren Bedeutung. Es kann aber auch vorkommen, daß man von den Worten selbst oder von ihrem Sinne reden will. Jenes geschieht z. B., wenn man die Worte eines Andern in gerader Rede anführt. Die eigenen Worte bedeuten dann zunächst die Worte des Andern und erst diese haben die gewöhnliche Bedeutung. Wir haben dann Zeichen von Zeichen. In der Schrift schließt man in diesem Falle die Wortbilder in Anführungszeichen ein. Es darf also ein in Anführungszeichen stehendes Wortbild nicht in der gewöhnlichen Bedeutung genommen werden.	When words are used in the ordinary way, what one wants to talk about is their reference. But it can also happen that one wants to talk about the words themselves or about their sense. The former happens, for example, when one quotes another person's words in direct speech. One's own words then refer in the first place to the other person's words, and only these have the customary reference. We then have signs of signs. In writing, the word-images are in this case enclosed in quotation marks. So a word-image standing in quotation marks must not be taken in its customary reference.
28.2 Wenn man von dem Sinne eines Ausdrucks ‚A' reden will so kann man dies einfach durch die Wendung „der Sinn des Ausdrucks ‚A'". In der ungeraden Rede spricht man von dem Sinne z. B. der Rede eines Andern. Es ist daraus klar, daß auch in dieser Redeweise die Worte nicht ihre gewöhnliche Bedeutung haben, sondern das bedeuten, was gewöhnlich ihr Sinn ist. Um einen kurzen Ausdruck zu haben, wollen wir sagen: die Wörter werden in der ungeraden Rede *ungerade* gebraucht, oder haben ihre *ungerade* Bedeutung. Wir unterscheiden demnach die *gewöhnliche* Bedeutung eines Wortes von seiner *ungeraden* und seinen *gewöhnlichen* Sinn von seinem *ungeraden* Sinne. Die ungerade Bedeutung eines Wortes ist also sein gewöhnlicher Sinn.	If one wants to talk about the sense of an expression 'A', one can do so simply by means of the phrase "the sense of the expression 'A'". In indirect speech one talks about the sense of, for example, another person's remarks. It is clear from this that in this mode of speech, too, the words do not have their customary reference but refer to what is customarily their sense. To have a short expression, we will say: in indirect speech words are used *indirectly*, or have their *indirect* reference. Accordingly, we distinguish the *customary* reference of a word from its *indirect* reference, and its *customary* sense from its *indirect* sense. The indirect reference of a word is, then, its customary sense.
Solche Ausnahmen muß man immer im Auge behalten, wenn man die Verknüpfungsweise von Zeichen, Sinn und Bedeutung im einzelnen Falle richtig auffassen will.	Such exceptions must always be kept in view if one wants to grasp correctly how sign, sense and reference are connected in a particular case.

SENSE AND IDEA

The private idea a sign calls up is distinguished from its shared sense, illustrated by a telescope.

GERMAN	ENGLISH
29.1 Von der Bedeutung und dem Sinne eines Zeichens ist die mit ihm verknüpfte Vorstellung zu unterscheiden. Wenn die Bedeutung eines Zeichens ein sinnlich wahrnehmbarer Gegenstand ist, so ist meine Vorstellung davon ein aus Erinnerungen von Sinneseindrücken, die ich gehabt habe, und von Thätigkeiten, innern sowohl wie äußern, die ich ausgeübt habe, entstandenes inneres Bild[3]. Dieses ist oft mit Gefühlen getränkt; die Deutlichkeit seiner einzelnen Theile ist verschieden und schwankend. Nicht immer ist, auch bei demselben	The reference and the sense of a sign are to be distinguished from the idea associated with it. If the reference of a sign is an object perceptible by the senses, my idea of it is an inner image[3] arising from memories of sense impressions I have had and of activities, inner as well as outer, that I have performed. This image is often steeped in feelings; the clarity of its separate parts varies and fluctuates. The same idea is not always connected with the same sense, even in the same person. The idea

	GERMAN	ENGLISH
	Menschen, dieselbe Vorstellung mit demselben Sinne verbunden. Die Vorstellung ist subjectiv: die Vorstellung des Einen ist nicht die des Andern. Damit sind von selbst manigfache Unterschiede der mit demselben Sinne verknüpften Vorstellungen gegeben. Ein Maler, ein Reiter, ein Zoologe werden wahrscheinlich sehr verschiedene Vorstellungen mit dem Namen „Bucephalus" verbinden.	is subjective: one person's idea is not another's. This of itself gives rise to manifold differences among the ideas associated with the same sense. A painter, a rider and a zoologist will probably connect very different ideas with the name "Bucephalus".[6]
	Die Vorstellung unterscheidet sich dadurch wesentlich von dem Sinne eines Zeichens, welcher gemeinsames Eigenthum von Vielen sein kann und also nicht Theil oder Modus der Einzelseele ist; denn man wird wohl nicht leugnen können, daß die Menschheit einen gemeinsamen Schatz von Gedanken hat, den sie von einem Geschlechte auf das andere überträgt[4].	This is what essentially distinguishes the idea from the sense of a sign, which can be the common property of many and is therefore not a part or a mode of the individual mind; for it can hardly be denied that humankind has a common store of thoughts, which it passes on from one generation to another[4].
78		
29.2	Während es demnach keinem Bedenken unterliegt, von dem Sinne schlechtweg zu sprechen, muß man bei der Vorstellung genau genommen hinzufügen, wem sie angehört und zu welcher Zeit. Man könnte vielleicht sagen; ebensogut, wie mit demselben Worte der Eine diese, der Andere jene Vorstellung verbindet, kann auch der Eine diesen, der Andere jenen Sinn damit verknüpfen. Doch besteht der Unterschied dann doch nur in der Weise dieser Verknüpfung. Das hindert nicht, daß beide denselben Sinn auffassen; [30] aber dieselbe Vorstellung können sie nicht haben. *Si duo idem faciunt, non est idem*. Wenn zwei sich dasselbe vorstellen so hat jeder doch seine eigene Vorstellung.	So while there is no objection to speaking of the sense without qualification, in the case of the idea one must, strictly speaking, add to whom it belongs and at what time. One might perhaps say: just as one person connects this idea with the same word and another person that one, so too one person may associate this sense with it and another person that one. But then the difference lies only in the manner of this association. That does not prevent both from grasping the same sense; [30] but they cannot have the same idea. *Si duo idem faciunt, non est idem* [If two people do the same thing, it is not the same thing]. When two people form an idea of the same thing, each still has their own idea.
30	Es ist zwar zuweilen möglich, Unterschiede der Vorstellungen, ja der Empfindungen verschiedener Menschen festzustellen; aber eine genaue Vergleichung ist nicht möglich, weil wir diese Vorstellungen nicht in demselben Bewußtsein zusammen haben können.	It is indeed sometimes possible to establish differences between the ideas, and even the sensations, of different people; but an exact comparison is not possible, because we cannot have these ideas together in the same consciousness.
30.1	Die Bedeutung eines Eigennamens ist der Gegenstand selbst, den wir damit bezeichnen; die Vorstellung, welche	The reference of a proper name is the object itself that we designate by it; the idea we have in doing so is wholly subjective; in between lies the sense, which is indeed no longer subjective like the idea,

6 Bucephalus was the horse of Alexander the Great.
7

[3] Wir können mit den Vorstellungen gleich die Anschauungen zusammennehmen, bei denen die Sinneseindrücke und Thätigkeiten selbst an die Stelle der Spuren treten, die sie in der Seele zurückgelassen haben. Der Unterschied ist für unsern Zweck unerheblich, zumal wohl immer neben den Empfindungen und Thätigkeiten Erinnerungen von solchen das Anschauungsbild vollenden helfen. Man kann unter Anschauung aber auch einen Gegenstand verstehen, sofern er sinnlich wahrnehmbar oder räumlich ist.

[3] Along with ideas we can at once include intuitions, in which the sense impressions and activities themselves take the place of the traces they have left in the mind. The difference is unimportant for our purpose, especially since, alongside the sensations and activities, memories of such sensations and activities probably always help to complete the intuitive image. But one can also understand by intuition an object, insofar as it is perceptible by the senses or spatial.

GERMAN

wir dabei haben, ist ganz subjectiv; dazwischen liegt der Sinn, der zwar nicht mehr subjectiv wie die Vorstellung, aber doch auch nicht der Gegenstand selbst ist. Folgendes Gleichniß ist vielleicht geeignet, diese Verhältnisse zu verdeutlichen. Jemand betrachtet den Mond durch ein Fernrohr. Ich vergleiche den Mond selbst mit der Bedeutung; er ist der Gegenstand der Beobachtung, die vermittelt wird durch das reelle Bild, welches vom Objectivglase im Innern des Fernrohrs entworfen wird, und durch das Netzhautbild des Betrachtenden. Jenes vergleiche ich mit dem Sinne, dieses mit der Vorstellung oder Anschauung.

Das Bild im Fernrohre ist zwar nur einseitig; es ist abhängig vom Standorte; aber es ist doch objectiv, insofern es mehreren Beobachtern dienen kann. Es ließe sich allenfalls einrichten, daß gleichzeitig Mehrere es benutzten. Von den Netzhautbildern aber würde jeder doch sein eignes haben. Selbst eine geometrische Congruenz würde wegen der verschiedenen Bildung der Augen kaum zu erreichen sein, ein wirkliches Zusammenfallen aber wäre ausgeschlossen. Dies Gleichnis ließe sich vielleicht noch weiter ausführen, indem man annähme, das Netzhautbild des A könnte dem B sichtbar gemacht werden; oder auch A selbst könnte in einem Spiegel sein eignes Netzhautbild sehen.

Hiermit wäre vielleicht zu zeigen, wie eine Vorstellung zwar selbst zum Gegenstande genommen werden kann, als solche aber doch dem Betrachter nicht das ist, was sie unmittelbar dem Vorstellenden ist. Doch würde, dies zu verfolgen, wohl zu weit abführen.

30.2 Wir können nun drei Stufen der Verschiedenheit von Wörtern, Ausdrücken und ganzen Sätzen erkennen. Entweder betrifft der Unterschied höchstens die Vorstellungen, oder den Sinn aber nicht die Bedeutung, oder endlich auch die Bedeutung. In Bezug auf [31] die erste Stufe ist zu bemerken, daß, wegen der unsichern Verbindung der Vorstellungen mit den Worten für den Einen eine Verschiedenheit bestehen kann, die der Andere nicht findet. Der Unterschied der Uebersetzung von der Urschrift soll eigentlich die erste Stufe nicht überschreiten. Zu den hier noch möglichen Unterschieden gehören die Färbungen und Beleuchtungen, welche Dichtkunst Beredtsamkeit dem Sinne zu geben suchen. Diese Färbungen und

ENGLISH

but is not the object itself either. The following analogy may perhaps serve to make these relationships clear. Someone observes the moon through a telescope. I compare the moon itself with the reference; it is the object of the observation, which is mediated by the real image projected by the objective lens inside the telescope, and by the retinal image of the observer. The former I compare with the sense, the latter with the idea or intuition.

The image in the telescope is indeed only one-sided; it depends on the observer's position; but it is nonetheless objective, insofar as it can serve several observers. It could at any rate be arranged for several people to use it at the same time. But each of them would still have a retinal image of their own. Even geometrical congruence would hardly be attainable, owing to the different structure of people's eyes, and actual coincidence would be out of the question. This analogy might perhaps be developed further by supposing that A's retinal image could be made visible to B; or that A himself could see his own retinal image in a mirror.

This would perhaps show how an idea can indeed itself be taken as an object, but is nevertheless, as such, not for the observer what it is immediately for the person who has the idea. But pursuing this would probably lead us too far afield.

We can now recognize three levels of difference between words, expressions and whole sentences. Either the difference concerns at most the ideas; or the sense but not the reference; or, finally, the reference as well. With regard to [31] the first level, it should be noted that, owing to the uncertain connection of ideas with words, a difference may exist for one person that another does not find. The difference between a translation and the original text should properly not go beyond the first level. Among the differences still possible here are the colorings and illuminations that poetry and eloquence seek to give to the sense. These colorings and illuminations are not objective; every listener

8

[4] Darum ist es unzweckmäßig, mit dem Worte „Vorstellung" so Grundverschiedenes zu bezeichnen.

[4] That is why it is inexpedient to designate such fundamentally different things by the word "idea" [Vorstellung].

	GERMAN	ENGLISH
	Beleuchtungen sind nicht objectiv, sondern jeder Hörer und Leser muß sie sich selbst nach den Winken des Dichters oder Redners hinzuschaffen.	and reader must create them for themselves, following the hints of the poet or speaker.
31	Ohne eine Verwandtschaft des menschlichen Vorstellens wäre freilich die Kunst nicht möglich; wieweit aber den Absichten des Dichters entsprochen wird, kann nie genau ermittelt werden.	Without some affinity in the way human beings form ideas, art would of course not be possible; but how far the poet's intentions are fulfilled can never be exactly determined.
31.1	Von den Vorstellungen und Anschauungen soll im Folgenden nicht mehr die Rede sein; sie sind hier nur erwähnt worden, damit die Vorstellung, die ein Wort bei einem Hörer erweckt, nicht mit dessen Sinne oder dessen Bedeutung verwechselt werde.	In what follows there will be no further talk of ideas and intuitions; they have been mentioned here only so that the idea a word arouses in a hearer is not confused with its sense or its reference.
31.2	Um einen kurzen und genauen Ausdruck möglich zu machen, mögen folgende Redewendungen festgesetzt werden:	To make brief and exact expression possible, let the following phrasings be laid down:
31.3	Ein Eigenname (Wort, Zeichen, Zeichenverbindung, Ausdruck) drückt aus seinen Sinn, bedeutet oder bezeichnet seine Bedeutung. Wir drücken mit einem Zeichen dessen Sinn aus und bezeichnen mit ihm dessen Bedeutung.	A proper name (word, sign, combination of signs, expression) expresses its sense, refers to or designates its reference. By means of a sign we express its sense and designate its reference.
31.4	Von idealistischer und skeptischer Seite ist vielleicht schon längst eingewendet worden: „du sprichst hier ohne Weiteres von dem Monde als einem Gegenstande; aber woher weißt du, daß der Name ‚der Mond' überhaupt eine Bedeutung hat, woher weißt du, daß überhaupt irgendetwas eine Bedeutung hat?" Ich antworte, daß es nicht unsere Absicht ist, von unserer Vorstellung des Mondes zu sprechen, und daß wir uns auch nicht mit dem Sinne begnügen, wenn wir ‚der Mond' sagen; sondern wir setzen eine Bedeutung voraus. Es hieße, den Sinn geradezu verfehlen, wenn man annehmen wollte, in dem Satze „der Mond ist kleiner als die Erde" sei von einer Vorstellung des Mondes die Rede. Wollte der Sprechende dies, so würde er die Wendung „meine Vorstellung vom Monde" gebrauchen.	Perhaps it has long since been objected, from the idealist and skeptical side: "You speak here without further ado of the moon as an object; but how do you know that the name 'the moon' has any reference at all? How do you know that anything at all has a reference?" I reply that it is not our intention to speak of our idea of the moon, and that we are not content with the sense either when we say 'the moon'; rather, we presuppose a reference. It would be to miss the sense altogether to suppose that in the sentence "the moon is smaller than the earth" an idea of the moon is being talked about. If the speaker intended that, he would use the phrase "my idea of the moon".
	Nun können wir uns in jener Voraussetzung freilich irren, und solche Irrthümer sind auch vorgekommen. Die Frage aber, ob wir uns vielleicht immer darin irren, kann [32] hier unbeantwortet bleiben; es genügt zunächst, auf unsere Absicht beim Sprechen oder Denken hinzuweisen, um es zu rechtfertigen, von der Bedeutung eines Zeichens zu sprechen, wenn auch mit dem Vorbehalte: falls eine solche vorhanden ist.	Now we can of course be mistaken in this presupposition, and such mistakes have indeed occurred. But the question whether we are perhaps always mistaken in it can [32] be left unanswered here. To justify speaking of the reference of a sign, it is enough for the moment to point to our intention in speaking or thinking—albeit with the proviso: if there is such a reference.

THE SENSE AND REFERENCE OF A SENTENCE

The thought a sentence expresses is its sense; the search for its reference begins with Odysseus.

	GERMAN	ENGLISH
32.1	Bisher sind Sinn und Bedeutung nur von solchen Ausdrücken, Wörtern, Zeichen betrachtet worden, welche wir Eigennamen genannt haben. Wir fragen nun nach Sinn und Bedeutung eines ganzen Behauptungssatzes. Ein solcher Satz enthält einen Gedanken[5]. Ist dieser Gedanke nun als dessen Sinn oder als dessen Bedeutung anzusehen? Nehmen wir einmal an, der Satz habe eine Bedeutung! Ersetzen wir nun in ihm ein Wort durch ein anderes von derselben Bedeutung, aber anderm Sinne, so kann dies auf die Bedeutung des Satzes keinen Einfluß haben. Nun sehen wir aber, daß der Gedanke sich in solchem Falle ändert; denn es ist z. B.	So far we have considered sense and reference only for those expressions, words and signs that we have called proper names. We now ask about the sense and reference of a whole assertoric sentence. Such a sentence contains a thought[5]. Is this thought to be regarded as its sense or as its reference? Let us suppose for once that the sentence has a reference! If we now replace one word in it by another with the same reference but a different sense, this can have no effect on the reference of the sentence. But we see that in such a case the thought changes; for, to take an example,[9]
	der Gedanke des Satzes „der Morgenstern ist ein von der Sonne beleuchteter Körper“ verschieden von dem des Satzes „der Abendstern ist ein von der Sonne beleuchteter Körper.“ Jemand der nicht wüßte, daß der Abendstern der Morgenstern ist, könnte den einen Gedanken für wahr, den andern für falsch halten. Der Gedanke kann also nicht die Bedeutung des Satzes sein, vielmehr werden wir ihn als den Sinn aufzufassen haben. Wie ist es nun aber mit der Bedeutung? Dürfen wir überhaupt danach fragen? Hat vielleicht ein Satz als Ganzes nur einen Sinn, aber keine Bedeutung? Man wird jedenfalls erwarten können, daß solche Sätze vorkommen, ebensogut, wie es Satzteile giebt, die wohl einen Sinn, aber keine Bedeutung haben.	the thought of the sentence “the morning star is a body illuminated by the sun” is different from that of the sentence “the evening star is a body illuminated by the sun”. Someone who did not know that the evening star is the morning star might take the one thought to be true and the other to be false. So the thought cannot be the reference of the sentence; rather, we shall have to regard it as the sense. But what, then, about the reference? May we ask about it at all? Does a sentence as a whole perhaps have only a sense but no reference? One can in any case expect such sentences to occur, just as there are parts of sentences that have a sense but no reference.
	Und Sätze, welche Eigennamen ohne Bedeutung enthalten, werden von der Art sein. Der Satz „Odysseus wurde tief schlafend in Ithaka ans Land gesetzt“ hat offenbar einen Sinn. Da es aber zweifelhaft ist, ob der darin vorkommende Name „Odysseus“ eine Bedeutung habe, so ist es damit auch zweifelhaft, ob der ganze Satz eine habe. Aber sicher ist doch, daß jemand, der im Ernste den Satz für wahr oder für falsch hält, auch dem Namen „Odysseus“ eine Bedeutung zuerkennt, nicht nur einen Sinn; denn der Bedeutung dieses [33] Namens wird ja das Prädicat zu- oder abgesprochen. Wer eine Bedeutung nicht anerkennt, der kann ihr ein Prädicat weder zu- noch absprechen.	And sentences that contain proper names without reference will be of this kind. The sentence “Odysseus was set ashore at Ithaca while sound asleep” obviously has a sense. But since it is doubtful whether the name “Odysseus” occurring in it has a reference, it is thereby also doubtful whether the whole sentence has one. Yet it is certain that anyone who seriously takes the sentence to be true or false also ascribes to the name “Odysseus” a reference, not just a sense; for it is of the reference of this [33] name that the predicate is affirmed or denied. Whoever does not acknowledge a reference can neither affirm nor deny a predicate of it.[10]
33	Nun wäre aber das Vordringen bis zur Bedeutung des Namens überflüssig; man könnte sich mit dem Sinne	But advancing as far as the reference of the name would then be superfluous; one could be content

9 By “thought” (*Gedanke*) Frege means not the act of thinking but its objective content, as his footnote [5] explains.
10 Odysseus is the hero of Homer’s *Odyssey*; in Book 13 the Phaeacians set him ashore on Ithaca while he sleeps.

GERMAN

begnügen, wenn man beim Gedanken stehen bleiben wollte. Käme es nur auf den Sinn des Satzes, den Gedanken, an, so wäre es unnöthig, sich um die Bedeutung eines Satztheils zu kümmern; für den Sinn des Satzes kann ja nur der Sinn, nicht die Bedeutung dieses Theiles in Betracht kommen. Der Gedanke bleibt derselbe, ob der Name „Odysseus“ eine Bedeutung hat oder nicht. Daß wir uns überhaupt um die Bedeutung eines Satztheils bemühen, ist ein Zeichen dafür, daß wir auch für den Satz selbst eine Bedeutung im Allgemeinen anerkennen und fordern. Der Gedanke verliert für uns an Werth, sobald wir erkennen, daß zu einem seiner Theile die Bedeutung fehlt.

Wir sind also wohl berechtigt, uns nicht mit dem Sinne eines Satzes zu begnügen, sondern auch nach seiner Bedeutung zu fragen. Warum wollen wir denn aber, daß jeder Eigenname nicht nur einen Sinn, sondern auch eine Bedeutung habe? Warum genügt uns der Gedanke nicht? Weil und soweit es uns auf seinen Wahrheitswerth ankommt. Nicht immer ist dies der Fall. Beim Anhören eines Epos z. B. fesseln uns neben dem Wohlklange der Sprache allein der Sinn der Sätze und die davon erweckten Vorstellungen und Gefühle. Mit der Frage nach der Wahrheit würden wir den Kunstgenuß verlassen und uns einer wissenschaftlichen Betrachtung zuwenden. Daher ist es uns auch gleichgiltig, ob der Name „Odysseus” z. B. eine Bedeutung habe, solange wir das Gedicht als Kunstwerk aufnehmen[6].

Das Streben nach Wahrheit also ist es, was uns überall vom Sinne zur Bedeutung vorzudringen treibt.

11 12

33.1 Wir haben gesehn, daß zu einem Satze immer dann eine Bedeutung zu suchen ist, wenn es auf die Bedeutung der Bestandtheile ankommt; und das ist immer dann und nur dann der Fall, wenn wir nach dem Wahrheitswerthe fragen.

ENGLISH

with the sense if one wanted to stop at the thought. If all that mattered were the sense of the sentence, the thought, it would be unnecessary to concern oneself with the reference of a part of the sentence; for only the sense of that part, not its reference, can be relevant to the sense of the sentence. The thought remains the same whether the name “Odysseus” has a reference or not. That we take the trouble at all over the reference of a part of a sentence is a sign that we also acknowledge and demand, in general, a reference for the sentence itself. The thought loses value for us as soon as we recognize that one of its parts lacks reference.

We are therefore surely entitled not to be content with the sense of a sentence, but to ask about its reference as well. But why, then, do we want every proper name to have not only a sense but also a reference? Why is the thought not enough for us? Because, and to the extent that, we are concerned with its truth value. This is not always the case. In listening to an epic poem, for instance, what captivates us, apart from the euphony of the language, is solely the sense of the sentences and the ideas and feelings they arouse. With the question of truth we would leave aesthetic enjoyment behind and turn to scientific investigation. That is also why it is a matter of indifference to us whether the name “Odysseus”, for instance, has a reference, so long as we receive the poem as a work of art[6].

It is the striving for truth, then, that drives us always to advance from the sense to the reference.

We have seen that a reference is to be sought for a sentence whenever the reference of its components matters; and that is the case whenever, and only when, we ask about the truth value.

11

[5] Ich verstehe unter Gedanken nicht das subjective Thun des Denkens, sondern dessen objectiven Inhalt, der fähig ist, gemeinsames Eigenthum von Vielen zu sein.

[5] By a thought I understand not the subjective activity of thinking but its objective content, which is capable of being the common property of many.

12

[6] Es wäre wünschenswerth, für Zeichen, die nur einen Sinn haben sollen, einen besondern Ausdruck zu haben. Nennen wir solche etwa Bilder, so würden die Worte des Schauspielers auf der Bühne Bilder sein, ja der Schauspieler selber wäre ein Bild.

[6] It would be desirable to have a special term for signs that are meant to have only a sense. If we call them, say, images, then the words of an actor on the stage would be images; indeed, the actor himself would be an image.

THE TRUE AND THE FALSE

Frege proposes that the reference of a sentence is its truth value, either the True or the False.

GERMAN

34.1 So werden wir dahin gedrängt, den *Wahrheitswerth* eines Satzes als seine Bedeutung anzuerkennen. Ich verstehe unter dem Wahrheitswerthe eines Satzes den Umstand, daß er wahr oder daß er falsch ist, Weitere Wahrheitswerthe giebt es nicht. Ich nenne der Kürze halber den einen das Wahre, den andern das Falsche. Jeder Behauptungssatz, in dem es auf die Bedeutung der Wörter ankommt, ist also als Eigenname aufzufassen, und zwar ist seine Bedeutung, falls sie vorhanden ist, entweder das Wahre oder das Falsche. Diese beiden Gegenstände werden von Jedem, wenn auch nur stillschweigend, anerkannt, der überhaupt urtheilt, der etwas für wahr hält, also auch vom Skeptiker.

Die Bezeichnung der Wahrheitswerthe als Gegenstände mag hier noch als willkürlicher Einfall und vielleicht als bloßes Spiel mit Worten erscheinen, aus dem man keine tiefgehende Folgerungen ziehen dürfe. Was ich einen Gegenstand nenne, kann genauer nur im Zusammenhange mit Begriff und Beziehung erörtert werden. Das will ich einem andern Aufsatze vorbehalten. Aber soviel möchte doch schon hier klar sein, daß in jedem Urtheile[7] — und sei es noch so selbstverständlich — schon der Schritt von der Stufe der Gedanken zur Stufe der Bedeutungen (des Objectiven) geschehen ist.

13

34.2 Man könnte versucht sein, das Verhältniß des Gedankens zum Wahren nicht als das des Sinnes zur Bedeutung, sondern als das des Subjects zum Prädicate anzusehen. Man kann ja geradezu sagen: „der Gedanke, daß 5 eine Primzahl ist, ist wahr“. Wenn man aber genauer zusieht, so bemerkt man, daß damit eigentlich nichts mehr gesagt ist als in dem einfachen Satze „5 ist eine Primzahl“. Die Behauptung der Wahrheit liegt in beiden Fällen in der Form des Behauptungssatzes, und da, wo diese nicht ihre gewöhnliche Kraft hat, z. B. im Munde eines Schauspielers auf der Bühne, enthält der Satz „der Gedanke, daß 5 eine Primzahl ist, ist wahr“ eben auch nur einen Gedanken, und zwar denselben Gedanken wie das einfache „5 ist eine Primzahl“.

Daraus ist zu entnehmen, daß das Verhältniß des Gedankens zum Wahren doch mit dem des Subjects zum

ENGLISH

We are thus driven to accept the *truth value* of a sentence as its reference. By the truth value of a sentence I understand the circumstance that it is true or that it is false. There are no further truth values. For brevity I call the one the True, the other the False. Every assertoric sentence in which the reference of the words matters is therefore to be regarded as a proper name, and its reference, if it has one, is either the True or the False. These two objects are acknowledged, if only tacitly, by everyone who judges at all, who takes anything to be true, and so even by the skeptic.

Calling truth values objects may here still look like an arbitrary whim and perhaps a mere play on words, from which no far-reaching conclusions ought to be drawn. What I call an object can be discussed more exactly only in connection with concept and relation. I shall reserve that for another essay. But this much should already be clear here: in every judgment[7]—however obvious it may be—the step from the level of thoughts to the level of references (the objective) has already been taken.

One might be tempted to regard the relation of the thought to the True not as that of sense to reference but as that of subject to predicate. After all, one can say outright: “the thought that 5 is a prime number is true”. But if one looks more closely, one notices that this really says nothing more than the simple sentence “5 is a prime number”. In both cases the assertion of truth lies in the form of the assertoric sentence; and where this form does not have its usual force, for instance in the mouth of an actor on the stage, the sentence “the thought that 5 is a prime number is true” likewise contains only a thought, and indeed the same thought as the simple “5 is a prime number”.

From this it may be gathered that the relation of the thought to the True must not, after all, be com-

13

[7] Ein Urtheil ist mir nicht das bloße Fassen eines Gedankens, sondern die Anerkennung seiner Wahrheit.

[7] For me a judgment is not the mere grasping of a thought, but the acknowledgment of its truth.

GERMAN

Prädicate nicht verglichen werden darf. [35] Subject und Prädicat sind ja (im logischen Sinne verstanden) Gedankentheile; sie stehen auf derselben Stufe für das Erkennen. Man gelangt durch die Zusammenfügung von Subject und Prädicat immer nur zu einem Gedanken, nie von einem Sinne zu dessen Bedeutung, nie von einem Gedanken zu dessen Wahrheitswerthe. Man bewegt sich auf derselben Stufe, aber man schreitet nicht von einer Stufe zur nächsten vor. Ein Wahrheitswerth kann nicht Theil eines Gedankens sein, sowenig wie etwa die Sonne, weil er kein Sinn ist, sondern ein Gegenstand.

35.1 Wenn unsere Vermuthung richtig ist, daß die Bedeutung eines Satzes sein Wahrheitswerth ist, so muß dieser unverändert bleiben, wenn ein Satztheil durch einen Ausdruck von derselben Bedeutung, aber anderm Sinne ersetzt wird. Und das ist in der That der Fall. Leibnitz erklärt gradezu: „Eadem sunt, quae sibi mutuo substitui possunt, salva veritate“. Was sonst als der Wahrheitswerth könnte auch gefunden werden, das ganz allgemein zu jedem Satze gehört, bei dem überhaupt die Bedeutung der Bestandtheile in Betracht kommt, was bei einer Ersetzung der angegebenen Art unverändert bliebe?

35.2 Wenn nun der Wahrheitswerth eines Satzes dessen Bedeutung ist, so haben einerseits alle wahren Sätze dieselbe Bedeutung, andrerseits alle falschen. Wir sehn daraus, daß in der Bedeutung des Satzes alles Einzelne verwischt ist. Es kann uns also niemals auf die Bedeutung eines Satzes allein ankommen; aber auch der bloße Gedanke giebt keine Erkenntnis, sondern erst der Gedanke zusammen mit seiner Bedeutung, d. h. seinem Wahrheitswerthe. Urtheilen kann als Fortschreiten von einem Gedanken zu seinem Wahrheitswerthe gefaßt werden. Freilich soll dies keine Definition sein. Das Urtheilen ist eben etwas ganz Eigenartiges und Unvergleichliches. Man könnte auch sagen Urtheilen sei Unterscheiden von Theilen innerhalb des Wahrheitswerthes. Diese Unterscheidung geschieht durch Rückgang zum Gedanken. Jeder Sinn, der zu einem Wahrheitswerthe gehört, würde einer eignen Weise der Zerlegung entsprechen.

Das Wort „Theil“ habe ich hier allerdings in besondrer Weise gebraucht. Ich habe nämlich das Verhältniß des Ganzen und des Theils vom Satze auf seine Bedeutung

ENGLISH

pared with that of subject to predicate. [35] Subject and predicate (understood in the logical sense) are, after all, parts of a thought; they stand at the same level for cognition. By putting subject and predicate together one only ever arrives at a thought; one never gets from a sense to its reference, never from a thought to its truth value. One moves at the same level, but one does not advance from one level to the next. A truth value cannot be part of a thought, any more than, say, the sun can, because it is not a sense but an object.

If our supposition that the reference of a sentence is its truth value is correct, then the truth value must remain unchanged when a part of the sentence is replaced by an expression with the same reference but a different sense. And that is indeed the case. Leibniz declares outright: “Eadem sunt, quae sibi mutuo substitui possunt, salva veritate” [Those things are the same which can be substituted for one another without loss of truth]. And what else but the truth value could be found that belongs quite generally to every sentence in which the reference of the components matters at all, and that would remain unchanged under a replacement of the kind indicated?[14]

Now if the truth value of a sentence is its reference, then on the one hand all true sentences have the same reference, and on the other hand so do all false ones. We see from this that in the reference of a sentence everything specific is obliterated. So we can never be concerned with the reference of a sentence alone. But neither does the mere thought yield knowledge; only the thought together with its reference, that is, its truth value, does. Judging can be regarded as advancing from a thought to its truth value. Of course this is not meant as a definition. Judging is something quite peculiar and incomparable. One might also say that judging is distinguishing parts within the truth value. This distinguishing takes place by going back to the thought. Every sense belonging to a truth value would correspond to its own way of analyzing it.

I have, admittedly, used the word “part” here in a special way. That is, I have transferred the relation of whole and part from the sentence to its refer-

14 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716), German philosopher and mathematician; the principle comes from his logical writings.

GERMAN

übertragen, indem ich die Bedeutung eines Wortes Theil der Bedeutung des Satzes genannt habe, wenn das Wort selbst [36] Theil dieses Satzes ist, eine Redeweise, die freilich anfechtbar ist, weil bei der Bedeutung durch das Ganze und einen Theil der andere nicht bestimmt ist, und weil man bei Körpern das Wort Theil schon in anderm Sinne gebraucht. Es müßte ein eigner Ausdruck hierfür geschaffen werden.

36.1 Es soll nun die Vermuthung, daß der Wahrheitswerth eines Satzes dessen Bedeutung ist, weiter geprüft werden. Wir haben gefunden, daß der Wahrheitswerth eines Satzes unberührt bleibt, wenn wir darin einen Ausdruck durch einen gleichbedeutenden ersetzen: wir haben aber dabei den Fall noch nicht betrachtet, daß der zu ersetzende Ausdruck selber ein Satz ist. Wenn nun unsere Ansicht richtig ist, so muß der Wahrheitswerth eines Satzes, der einen andern als Theil enthält, unverändert bleiben, wenn wir für den Theilsatz einen andern einsetzen, dessen Wahrheitswerth derselbe ist. Ausnahmen sind dann zu erwarten, wenn das Ganze oder der Theilsatz gerade oder ungerade Rede sind; denn, wie wir gesehn haben, ist die Bedeutung der Worte dann nicht die gewöhnliche.

Ein Satz bedeutet in der geraden Rede wieder einen Satz und in der ungeraden einen Gedanken.

ENGLISH

ence, by calling the reference of a word part of the reference of the sentence when the word itself is [36] part of that sentence. This way of speaking is of course open to objection, because in the case of reference the whole and one part do not determine the other part, and because the word “part” is already used of bodies in another sense. A special expression would have to be created for this.

The supposition that the truth value of a sentence is its reference shall now be tested further. We have found that the truth value of a sentence remains untouched when we replace an expression in it by another with the same reference; but we have not yet considered the case where the expression to be replaced is itself a sentence. Now if our view is correct, the truth value of a sentence containing another sentence as a part must remain unchanged when we substitute for the component sentence another whose truth value is the same. Exceptions are to be expected when the whole or the component sentence is direct or indirect speech; for, as we have seen, the reference of the words is then not the customary one.

In direct speech a sentence refers to a sentence in turn, and in indirect speech to a thought.

SUBORDINATE CLAUSES

Frege tests his view on subordinate clauses, starting with indirect speech and reported belief.

GERMAN

36.2 Wir werden so auf die Betrachtung der Nebensätze hingelenkt. Diese treten ja als Theile eines Satzgefüges auf, das vom logischen Gesichtspunkte aus gleichfalls als Satz, und zwar als Hauptsatz, erscheint. Aber es tritt uns hier die Frage entgegen, ob denn von den Nebensätzen gleichfalls gilt, daß ihre Bedeutung ein Wahrheitswerth sei. Von der ungeraden Rede wissen wir ja schon das Gegentheil. Die Grammatiker sehen die Nebensätze als Vertreter von Satztheilen an und theilen sie danach ein in Nennsätze, Beisätze, Adverbsätze. Daraus könnte man die Vermuthung schöpfen, daß die Bedeutung eines Nebensatzes nicht ein Wahrheitswerth, sondern gleichartig sei der eines Nennworts oder Beiworts oder Adverbs, kurz eines Satztheils, der als Sinn keinen Gedanken, sondern nur einen Theil eines solchen hat.

ENGLISH

We are thus led to consider subordinate clauses. These occur as parts of a complex sentence, which from the logical point of view likewise appears as a sentence, namely as a main clause. But here we are confronted with the question whether it also holds of subordinate clauses that their reference is a truth value. Of indirect speech we already know the opposite. Grammarians regard subordinate clauses as representatives of parts of sentences, and divide them accordingly into noun clauses, relative (adjectival) clauses and adverbial clauses. From this one might derive the supposition that the reference of a subordinate clause is not a truth value but is of the same kind as that of a noun or an adjective or an adverb—in short, of a part of a sentence whose sense is not a thought but only part of one.

GERMAN

Nur eine eingehendere Untersuchung kann darüber Klarheit verschaffen. Wir werden uns dabei nicht streng an den grammatischen Leitfaden halten, sondern das zusammenfassen, was logisch gleichartig ist. Suchen wir zunächst solche Fälle auf, in denen der Sinn des Nebensatzes, wie wir eben vermutheten, kein selbständiger Gedanke ist.

37.1 Zu den mit „daß“ eingeleiteten abstracten Nennsätzen gehört auch die ungerade Rede, von der wir gesehen haben, daß in ihr die Wörter ihre ungerade Bedeutung haben, welche mit dem übereinstimmt, was gewöhnlich ihr Sinn ist. In diesem Falle hat also der Nebensatz als Bedeutung einen Gedanken, keinen Wahrheitswerth; als Sinn keinen Gedanken, sondern den Sinn der Worte „der Gedanke, daß.....“, welcher nur Theil des Gedankens des ganzen Satzgefüges ist. Dies kommt vor nach „sagen“, „hören“, „meinen“, „überzeugt sein“, „schließen“ und ähnlichen Wörtern.[8] Anders, und zwar ziemlich verwickelt, liegt die Sache nach Wörtern wie „erkennen“, „wissen“, „wähnen“, was später zu betrachten sein wird.

15

37.2 Daß in unsern Fällen die Bedeutung des Nebensatzes in der That der Gedanke ist, sieht man auch daran, daß es für die Wahrheit des Ganzen gleichgültig ist, ob jener Gedanke wahr ist oder falsch. Man vergleiche z. B. die beiden Sätze: „Copernicus glaubte, daß die Bahnen der Planeten Kreise seien“ und „Copernicus glaubte, daß der Schein der Sonnenbewegung durch die wirkliche Bewegung der Erde hervorgebracht werde“. Man kann hier unbeschadet der Wahrheit den einen Nebensatz für den andern einsetzen. Der Hauptsatz zusammen mit dem Nebensatze hat als Sinn nur einen einzigen Gedanken und die Wahrheit des Ganzen schließt weder die Wahrheit noch die Unwahrheit des Nebensatzes ein.

In diesen Fällen ist es nicht erlaubt, in dem Nebensatze einen Ausdruck durch einen andern zu ersetzen, der dieselbe gewöhnliche Bedeutung hat, sondern nur durch einen solchen, welcher dieselbe ungerade Bedeutung, d. h. denselben gewöhnlichen Sinn hat. Wenn jemand schließen wollte: die Bedeutung eines Satzes ist nicht

ENGLISH

Only a more thorough investigation can bring clarity here. In it we shall not keep strictly to the grammatical guideline, but shall group together what is logically of the same kind. Let us first look for cases in which the sense of the subordinate clause, as we have just supposed, is not an independent thought.

Indirect speech, too, belongs among the abstract noun clauses introduced by “that” [daß]. In it, as we have seen, the words have their indirect reference, which coincides with what is customarily their sense. In this case, then, the subordinate clause has as its reference a thought, not a truth value; and as its sense not a thought, but the sense of the words “the thought that ...”, which is only part of the thought of the whole complex sentence. This occurs after “say”, “hear”, “think”, “be convinced”, “conclude” and similar words.[8] The situation is different, and indeed rather complicated, after words like “recognize”, “know”, “imagine”, which will be considered later.

That in our cases the reference of the subordinate clause is indeed the thought can also be seen from the fact that it is a matter of indifference to the truth of the whole whether that thought is true or false. Compare, for example, the two sentences “Copernicus believed that the orbits of the planets were circles” and “Copernicus believed that the apparent motion of the sun was produced by the real motion of the earth”. Here one subordinate clause can be substituted for the other without harm to the truth. The main clause together with the subordinate clause has as its sense only a single thought, and the truth of the whole implies neither the truth nor the untruth of the subordinate clause.

In these cases it is not permissible to replace an expression in the subordinate clause by another that has the same customary reference, but only by one that has the same indirect reference, that is, the same customary sense. Suppose someone wanted to conclude: the reference of a sentence is

15

[8] In „A log, daß er den B gesehen habe“ bedeutet der Nebensatz einen Gedanken, von dem erstens gesagt wird, daß A ihn als wahr behauptete, und zweitens, daß A von seiner Falschheit überzeugt war.

[8] In “A lied that he had seen B” the subordinate clause refers to a thought of which it is said, first, that A asserted it as true and, secondly, that A was convinced of its falsity.

	GERMAN	ENGLISH
	sein Wahrheitswerth, „denn dann dürfte man ihn überall durch einen andern von demselben Wahrheitswerthe ersetzen“, so würde er zuviel beweisen; ebenso gut könnte man behaupten, daß die Bedeutung des Wortes „Morgenstern“ sei nicht die Venus; denn man dürfe nicht überall für „Morgenstern“ „Venus“ sagen.	not its truth value, “for then it could be replaced everywhere by another with the same truth value”. He would be proving too much; one could just as well maintain that the reference of the word “morning star” is not Venus, since one may not say “Venus” in place of “morning star” everywhere.
	Mit Recht kann man nur folgern, daß die Bedeutung des Satzes nicht immer sein Wahrheitswerth ist, und daß „Morgenstern“ nicht [38] immer den Planeten Venus bedeutet, nämlich dann nicht, wenn dies Wort seine ungerade Bedeutung hat. Ein solcher Ausnahmefall liegt in den eben betrachteten Nebensätzen vor, deren Bedeutung ein Gedanke ist.	The only legitimate conclusion is that the reference of a sentence is not always its truth value, and that “morning star” does not [38] always refer to the planet Venus—namely, not when this word has its indirect reference. Such an exceptional case occurs in the subordinate clauses just considered, whose reference is a thought.
38.1	„Wenn man sagt „es scheint, daß . . .“, so meint man „es scheint mir, daß . . .“, oder „ich meine, daß . . .“. Wir haben also wieder den Fall. Aehnlich liegt die Sache bei Ausdrücken, wie „sich freuen“, „bedauern“, „billigen“, „tadeln“, „hoffen“, „fürchten“. Wenn Wellington sich gegen Ende der Schlacht bei Belle-Alliance freute, daß die Preußen kämen, so war der Grund seiner Freude eine Ueberzeugung. Wenn er sich getäuscht hätte so würde er sich, solange sein Wahn dauerte, nicht minder gefreut haben, und bevor er die Ueberzeugung gewann, daß die Preußen kämen, konnte er sich nicht darüber freuen, obwohl sie in der That schon anrückten.	If one says “it seems that …”, one means “it seems to me that …” or “I think that …”. So we have the same case again. Matters are similar with expressions such as “be glad”, “regret”, “approve”, “blame”, “hope”, “fear”. If Wellington, toward the end of the battle of Belle-Alliance, was glad that the Prussians were coming, the ground of his joy was a conviction. Had he been deceived, he would have been no less glad for as long as his illusion lasted; and before he became convinced that the Prussians were coming, he could not be glad about it, even though they were in fact already approaching.[16]
38.2	Wie eine Ueberzeugung oder ein Glaube Grund eines Gefühls ist, so kann sie auch Grund einer Ueberzeugung sein wie beim Schließen. In dem Satze: „Columbus schloß aus der Rundung der Erde, daß er nach Westen reisend Indien erreichen könne“, haben wir als Bedeutungen von Theilen zwei Gedanken, daß die Erde rund sei, und daß Columbus nach Westen reisend Indien erreichen könne. Es kommt hier wieder nur darauf an, daß Columbus von dem einen und von dem andern überzeugt war, und daß die eine Ueberzeugung Grund der andern war.	Just as a conviction or a belief can be the ground of a feeling, it can also be the ground of a conviction, as in drawing conclusions. In the sentence “Columbus concluded from the roundness of the earth that he could reach India by traveling west”, we have, as the references of parts, two thoughts: that the earth is round, and that Columbus could reach India by traveling west. Again, all that matters here is that Columbus was convinced of the one and of the other, and that the one conviction was the ground of the other.
	Ob die Erde wirklich rund ist und Columbus nach Westen reisend wirklich Indien so, wie er dachte, erreichen konnte, ist für die Wahrheit unseres Satzes gleichgiltig; aber nicht gleichgiltig ist, ob wir für „die Erde“ setzen „der Planet, welcher von einem Monde begleitet ist, dessen Durchmesser größer als der vierte Theil seines	Whether the earth is really round, and whether Columbus could really reach India by traveling west, as he thought, is a matter of indifference to the truth of our sentence. But it is not a matter of indifference whether we put, in place of “the earth”, “the planet accompanied by a moon whose diameter is greater than a quarter of its own”.

16 Belle-Alliance is the Prussian name for the battle of Waterloo (18 June 1815), where Blücher’s Prussians arrived late in the day to support Wellington.

	GERMAN	ENGLISH
	eignen ist“. Auch hier haben wir die ungerade Bedeutung der Worte.	Here too we have the indirect reference of the words.
38.3	Die Adverbsätze des Zwecks mit „damit“ gehören auch hierher; denn offenbar ist der Zweck ein Gedanke; daher: ungerade Bedeutung der Worte, Conjunctiv.	Adverbial clauses of purpose with “so that” [damit] also belong here; for evidently the purpose is a thought. Hence: indirect reference of the words, subjunctive [Conjunctiv].
38.4	Der Nebensatz mit „daß“ nach „befehlen“, „bitten“, „verbieten“ würde in gerader Rede als Imperativ erscheinen. Ein solcher hat keine Bedeutung, sondern nur einen Sinn. Ein Befehl, eine Bitte sind zwar nicht Gedanken, aber sie stehn doch mit Gedanken auf derselben Stufe. Daher haben in den von „befehlen“, [39] „bitten“ u. s. w. abhängigen Nebensätzen die Worte ihre ungerade Bedeutung. Die Bedeutung eines solchen Satzes ist also nicht ein Wahrheitswerth, sondern ein Befehl, eine Bitte u. dgl.	The subordinate clause with “that” [daß] after “command”, “request”, “forbid” would appear in direct speech as an imperative. Such an imperative has no reference, but only a sense. A command or a request is not, indeed, a thought, but it stands at the same level as thoughts. Hence in subordinate clauses depending on “command”, [39] “request”, etc., the words have their indirect reference. The reference of such a clause is therefore not a truth value but a command, a request and the like.
39.1	Aehnlich ist es bei der abhängigen Frage in Wendungen wie „zweifeln, ob“, „nicht wissen, was“. Daß auch hier die Wörter in ihrer ungeraden Bedeutung zu nehmen sind, ist leicht zu sehn. Die abhängigen Fragesätze mit „wer“, „was“, „wo“, „wann“, „wie“, „wodurch“ u. s. w. nähern sich zuweilen scheinbar sehr Adverbsätzen, in denen die Worte ihre gewöhnliche Bedeutung haben. Sprachlich unterscheiden sich diese Fälle durch den Modus des Verbs. Beim Conjunctiv haben wir abhängige Frage und ungerade Bedeutung der Worte, sodaß ein Eigenname nicht allgemein durch einen andern desselben Gegenstandes ersetzt werden kann.	It is similar with the dependent question in phrases such as “doubt whether”, “not know what”. That here too the words are to be taken in their indirect reference is easy to see. Dependent interrogative clauses with “who” [wer], “what” [was], “where” [wo], “when” [wann], “how” [wie], “by what means” [wodurch], etc., sometimes appear to come very close to adverbial clauses, in which the words have their customary reference. Linguistically, these cases are distinguished by the mood of the verb. With the subjunctive [Conjunctiv] we have a dependent question and indirect reference of the words, so that a proper name cannot in general be replaced by another name of the same object.
39.2	In den bisher betrachteten Fällen hatten die Worte im Nebensatze ihre ungerade Bedeutung und daraus wurde erklärlich, daß auch die Bedeutung des Nebensatzes selbst eine ungerade war; d. h. nicht ein Wahrheitswerth, sondern ein Gedanke, ein Befehl, eine Bitte, eine Frage. Der Nebensatz konnte als Nennwort aufgefaßt werden, ja man könnte sagen: als Eigenname jenes Gedankens, jenes Befehls u. s. w., als welcher er in den Zusammenhang des Satzgefüges eintrat.	In the cases considered so far, the words in the subordinate clause had their indirect reference, and this made it understandable that the reference of the subordinate clause itself was also indirect—that is, not a truth value but a thought, a command, a request, a question. The subordinate clause could be regarded as a noun; indeed, one might say, as a proper name of that thought, that command, etc., in which role it entered into the context of the complex sentence.

CLAUSES THAT NAME AN OBJECT

Clauses such as “he who discovered the elliptic form of the planetary orbits” refer to an object, here Kepler.

	GERMAN	ENGLISH
39.3		

GERMAN

Wir kommen jetzt zu andern Nebensätzen, in denen die Worte zwar ihre gewöhnliche Bedeutung haben, ohne daß doch als Sinn ein Gedanke und als Bedeutung ein Wahrheitswerth auftritt. Wie das möglich ist, wird am besten an Beispielen deutlich.

39.4 „Der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte, starb im Elend."

39.5 Wenn hier der Nebensatz als Sinn einen Gedanken hätte, so müßte es möglich sein, diesen auch in einem Hauptsatze auszudrücken. Aber dies geht nicht, weil das grammatische Subject „der" keinen selbständigen Sinn hat, sondern die Beziehungen auf den Nachsatz „starb im Elend" vermittelt. Daher ist auch der Sinn des Nebensatzes kein vollständiger Gedanke und seine Bedeutung kein Wahrheitswerth, sondern Kepler. Man könnte einwenden, daß der Sinn des Ganzen doch als Theil einen Gedanken einschließe, nämlich daß es einen gab, der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen zuerst erkannte; denn wer das Ganze für wahr [40] halte, könne diesen Theil nicht verneinen. Das Letzte ist zweifellos; aber nur weil sonst der Nebensatz „der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte" keine Bedeutung hätte.

40 Wenn man etwas behauptet, so ist immer die Voraussetzung selbstverständlich, daß die gebrauchten einfachen oder zusammengesetzten Eigennamen eine Bedeutung haben. Wenn man also behauptet, „Kepler starb im Elend", so ist dabei vorausgesetzt, daß der Name „Kepler" etwas bezeichne; aber darum ist doch im Sinne des Satzes „Kepler starb im Elend" der Gedanke, daß der Name „Kepler" etwas bezeichne nicht enthalten. Wenn das der Fall wäre, müßte die Verneinung nicht lauten „Kepler starb nicht im Elend", sondern „Kepler starb nicht im Elend, oder der Name ‚Kepler' ist bedeutungslos" Daß der Name „Kepler" etwas bezeichne, ist vielmehr Voraussetzung ebenso für die Behauptung „Kepler starb im Elend" wie für die entgegengesetzte.

Nun haben die Sprachen den Mangel, daß in ihnen Ausdrücke möglich sind, welche nach ihrer grammatischen Form bestimmt erscheinen, einen Gegenstand zu bezeichnen, diese ihre Bestimmung aber in besondern Fällen nicht erreichen, weil das von der Wahrheit eines Satzes abhängt. So hängt es von der

ENGLISH

We now come to other subordinate clauses, in which the words do have their customary reference, yet without a thought appearing as the sense and a truth value as the reference. How this is possible is best made clear by examples.

"He who discovered the elliptic form of the planetary orbits died in misery."

If the subordinate clause here had a thought as its sense, it would have to be possible to express this thought in a main clause too. But this cannot be done, because the grammatical subject "he who" [der] has no independent sense, but mediates the relations to the consequent (main) clause "died in misery". Hence the sense of the subordinate clause is not a complete thought either, and its reference is not a truth value but Kepler. It might be objected that the sense of the whole does nevertheless contain a thought as a part, namely that there was someone who first recognized the elliptic form of the planetary orbits; for whoever takes the whole to be true [40] cannot deny this part. The latter is beyond doubt; but only because otherwise the subordinate clause "he who discovered the elliptic form of the planetary orbits" would have no reference.[17]

When one asserts something, there is always the obvious presupposition that the simple or compound proper names used have a reference. So if one asserts "Kepler died in misery", it is presupposed that the name "Kepler" designates something; but this does not mean that the thought that the name "Kepler" designates something is contained in the sense of the sentence "Kepler died in misery". If that were the case, the negation would have to run not "Kepler did not die in misery" but "Kepler did not die in misery, or the name 'Kepler' is without reference". Rather, that the name "Kepler" designates something is a presupposition just as much for the assertion "Kepler died in misery" as for its opposite.

Now languages have the defect that expressions are possible in them which, by their grammatical form, seem destined to designate an object, but in particular cases fail to fulfill this destiny, because that depends on the truth of a sentence. Thus whether the subordinate clause "he who dis-

17 Johannes Kepler (1571–1630), German astronomer, discovered that the planets move in elliptical orbits; he died in poverty.

GERMAN

Wahrheit des Satzes „es gab einen, der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte“ ab, ob der Nebensatz „der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte“ wirklich einen Gegenstand bezeichnet, oder nur den Schein davon erweckt, in der That jedoch bedeutungslos ist. Und so kann es scheinen, als ob unser Nebensatz als Theil seines Sinnes den Gedanken enthalte, es habe einen gegeben, der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte.

Wäre das richtig, so müßte die Verneinung lauten: „der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen zuerst erkannte, starb nicht im Elend, oder es gab keinen der die elliptische Gestalt der Planetenbahnen entdeckte.“ [41] Dies liegt also an einer Unvollkommenheit der Sprache, von der übrigens auch die Zeichensprache der Analysis nicht ganz frei ist; auch da können Zeichenverbindungen vorkommen, die den Schein erwecken, als bedeuteten sie etwas, die aber wenigstens bisher noch bedeutungslos sind, z. B. divergente unendliche Reihen. Man kann dies vermeiden, z. B. durch die besondere Festsetzung, daß divergente unendliche Reihen die Zahl 0 bedeuten sollen.

41 Von einer logisch vollkommenen Sprache (Begriffsschrift) ist zu verlangen, daß jeder Ausdruck, der aus schon eingeführten Zeichen in grammatisch richtiger Weise als Eigenname gebildet ist, auch in der That einen Gegenstand bezeichne, und daß kein Zeichen als Eigenname neu eingeführt werde, ohne daß ihm eine Bedeutung gesichert sei. Man warnt in den Logiken vor der Vieldeutigkeit der Ausdrücke als einer Quelle von logischen Fehlern. Für mindestens ebenso angebracht halte ich die Warnung vor scheinbaren Eigennamen, die keine Bedeutung haben. Die Geschichte der Mathematik weiß von Irrthümern zu erzählen, die daraus entstanden sind. Der demagogische Mißbrauch liegt hierbei ebenso nahe, vielleicht näher als bei vieldeutigen Wörtern.

„Der Wille des Volks“ kann als Beispiel dazu dienen; denn, daß es wenigstens keine allgemein angenommene Bedeutung dieses Ausdrucks giebt, wird leicht festzustellen sein. Es ist also durchaus nicht belanglos, die Quelle dieser Irrthümer wenigstens für die Wissenschaft ein für alle Mal zu verstopfen. Dann werden solche Einwände wie der eben besprochene unmöglich, weil es dann nie von der Wahrheit eines Gedankens abhängen kann, ob ein Eigenname eine Bedeutung hat.

41.1

ENGLISH

covered the elliptic form of the planetary orbits” really designates an object, or only gives the appearance of doing so while in fact being without reference, depends on the truth of the sentence “there was someone who discovered the elliptic form of the planetary orbits”. And so it may seem as if our subordinate clause contained, as part of its sense, the thought that there was someone who discovered the elliptic form of the planetary orbits.

If that were right, the negation would have to run: “He who first recognized the elliptic form of the planetary orbits did not die in misery, or there was no one who discovered the elliptic form of the planetary orbits.” [41] So this is due to an imperfection of language, from which, incidentally, even the symbolic language of analysis is not entirely free; there too combinations of signs can occur that give the appearance of referring to something but that, at least so far, are still without reference —for example, divergent infinite series. This can be avoided, for example, by the special stipulation that divergent infinite series are to refer to the number 0.

Of a logically perfect language (*Begriffsschrift*) it must be demanded that every expression formed as a proper name, in a grammatically correct way, from signs already introduced should also in fact designate an object, and that no sign should be newly introduced as a proper name without a reference being secured for it. Logic textbooks warn against the ambiguity of expressions as a source of logical errors. I consider it at least as appropriate to warn against apparent proper names that have no reference. The history of mathematics has tales to tell of errors that have arisen from this. Demagogic abuse lies just as close at hand here as with ambiguous words—perhaps closer.

“The will of the people” can serve as an example; for it will be easy to establish that there is at any rate no generally accepted reference for this expression. It is therefore by no means unimportant to stop up the source of these errors once and for all, at least for science. Then objections such as the one just discussed will become impossible, because it can then never depend on the truth of a thought whether a proper name has a reference.

GERMAN

Wir können diesen Nennsätzen eine Art der Beisätze und Adverbsätze in der Betrachtung anschließen, welche logisch nahe mit ihnen verwandt sind.

41.2 Auch Beisätze dienen dazu, zusammengesetzte Eigennamen zu bilden, wenn sie auch nicht wie die Nennsätze allein dazu hinreichen. Diese Beisätze sind Beiwörtern gleich zu achten. Statt „die Quadratwurzel aus 4, die kleiner ist als 0“ kann man auch sagen „die negative Quadratwurzel aus 4“. Wir haben hier den Fall, daß aus einem Begriffsausdrucke ein zusammengesetzter Eigenname mit Hilfe des bestimmten Artikels im Singular gebildet wird, was jedenfalls dann erlaubt ist, wenn ein Gegenstand [42] und nur ein einziger unter den Begriff fällt[9]. Begriffsausdrücke können nun so gebildet werden, daß Merkmale durch Beisätze angegeben werden, wie in unserm Beispiele durch den Satz „die kleiner ist als 0“.

42 Es ist einleuchtend, daß ein solcher Beisatz ebensowenig wie vorhin der Nennsatz als Sinn einen Gedanken noch als Bedeutung einen Wahrheitswerth haben kann, sondern er hat als Sinn nur einen Theil eines Gedankens, der in manchen Fällen auch durch ein einzelnes Beiwort ausgedrückt werden kann. Auch hier wie bei jenen Nennsätzen fehlt das selbständige Subject und damit auch die Möglichkeit, den Sinn des Nebensatzes in einem selbständigen Hauptsatze wiederzugeben.

18

42.1 Oerter, Zeitpunkte, Zeiträume sind, logisch betrachtet, Gegenstände; mithin ist die sprachliche Bezeichnung eines bestimmten Ortes, eines bestimmten Augenblicks oder Zeitraums als Eigenname aufzufassen, Adverbsätze des Orts und der Zeit können nun zur Bildung eines solchen Eigennamens in ähnlicher Weise gebraucht werden, wie wir es eben von den Nenn- und Beisätzen gesehn haben. Ebenso können Ausdrücke für Begriffe, die Oerter u. s. w. unter sich fassen, gebildet werden. Auch hier ist zu bemerken, daß der Sinn dieser Nebensätze nicht in einem Hauptsatze wiedergegeben werden kann, weil ein wesentlicher Bestandtheil, nämlich die Orts- oder Zeitbestimmung fehlt, die durch ein Relativpronomen oder ein Fügewort nur angedeutet ist[10].

ENGLISH

In our discussion we can take up, after these noun clauses, a kind of relative clause and adverbial clause that is logically closely related to them.

Relative clauses, too, serve to form compound proper names, even if, unlike noun clauses, they are not sufficient for this on their own. These relative clauses are to be regarded as equivalent to adjectives. Instead of “the square root of 4 which is less than 0” one can also say “the negative square root of 4”. Here we have the case in which a compound proper name is formed from a concept-expression with the help of the definite article in the singular. This is permissible at any rate when one object, [42] and only one, falls under the concept[9]. Now concept-expressions can be formed in such a way that characteristic marks are specified by relative clauses, as in our example by the clause “which is less than 0”.

It is evident that such a relative clause, no more than the noun clause before it, can have a thought as its sense or a truth value as its reference. Its sense is only part of a thought, which in some cases can also be expressed by a single adjective. Here too, as with those noun clauses, there is no independent subject, and hence no possibility of rendering the sense of the subordinate clause in an independent main clause.

Places, instants and spans of time are, logically considered, objects; hence the linguistic designation of a particular place, a particular instant or a particular span of time is to be regarded as a proper name. Now adverbial clauses of place and time can be used to form such a proper name in a way similar to what we have just seen with noun clauses and relative clauses. In the same way, expressions can be formed for concepts under which places, etc., fall. Here too it should be noted that the sense of these subordinate clauses cannot be rendered in a main clause. An essential component is missing, namely the specification of place or time, which is merely indicated by a relative pronoun or a conjunction[10].

18

[9] Nach dem oben Bemerkten müßte einem solchen Ausdrucke eigentlich durch besondere Festsetzung immer eine Bedeutung gesichert werden, z. B. durch die Bestimmung, daß als seine Bedeutung die Zahl 0 zu gelten habe, wenn kein Gegenstand oder mehr als einer unter den Begriff fällt.

[9] In accordance with what was remarked above, such an expression ought really always to be assured of a reference by a special stipulation—for example, by laying down that its reference is to count as the number 0 when no object, or more than one, falls under the concept.

	GERMAN	ENGLISH
2021		
42.2	Auch in den Bedingungssätzen ist meistens, wie wir es eben [43] bei Nenn-, Bei- und Adverbsätzen gesehn haben, ein unbestimmt andeutender Bestandtheil anzuerkennen, dem im Nachsatze ein ebensolcher entspricht. Indem beide auf einander hinweisen, verbinden sie beide Sätze zu einem Ganzen, das in der Regel nur einen Gedanken ausdrückt. In dem Satze „wenn eine Zahl kleiner als 1 und größer als 0 ist, so ist auch ihr Quadrat kleiner als 1 und größer als 0“ ist dieser Bestandtheil „eine Zahl“ im Bedingungssatze und „ihr“ im Nachsatze. Eben durch diese Unbestimmtheit erhält der Sinn die Allgemeinheit, welche man von einem Gesetze erwartet.	In conditional clauses, too, as we have just [43] seen with noun clauses, relative clauses and adverbial clauses, one must usually recognize an indefinitely indicating component, to which a similar component corresponds in the consequent clause. Because each points to the other, they combine the two clauses into a whole that, as a rule, expresses only one thought. In the sentence “If a number is less than 1 and greater than 0, its square is also less than 1 and greater than 0”, this component is “a number” in the conditional clause and “its” in the consequent clause. It is precisely through this indefiniteness that the sense acquires the generality one expects of a law.
43	Eben dadurch wird aber auch bewirkt, daß der Bedingungssatz allein keinen vollständigen Gedanken als	But precisely this also has the effect that the conditional clause on its own has no complete thought as its sense. Together with the consequent clause it expresses one thought, and indeed only a single one, whose parts are no longer thoughts. It is in general incorrect to say that in a hypothetical judgment two judgments are put into reciprocal relation. If one says this, or something like it, one
20		

[10] Es sind bei diesen Sätzen übrigens leicht verschiedene Auffassungen möglich. Den Sinn des Satzes „nachdem Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen war, entzweite sich Preußen und Oesterreich“ können wir auch wiedergeben in der Form „nach Losreißung Schleswig-Holsteins von Dänemark entzweiten sich Preußen und Oesterreich“. Bei dieser Fassung ist es wohl hinreichend deutlich, daß als Theil dieses Sinnes nicht der Gedanke aufzufassen ist, daß Schleswig-Holstein einmal von Dänemark losgerissen ist, sondern daß dies die nothwendige Voraussetzung dafür ist, daß der Ausdruck „nach der Losreißung Schleswig-Holsteins von Dänemark“ überhaupt eine Bedeutung habe. Es läßt sich freilich unser Satz auch so auffassen, daß damit gesagt sein soll, es sei einmal Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen worden. Dann haben wir einen Fall, der später zu betrachten sein wird.

[10] Different interpretations of these sentences are, incidentally, easily possible. The sense of the sentence “After Schleswig-Holstein was separated from Denmark, Prussia and Austria quarreled” can also be rendered in the form “After the separation of Schleswig-Holstein from Denmark, Prussia and Austria quarreled”. In this version it is surely clear enough that what is to be taken as part of this sense is not the thought that Schleswig-Holstein was at some time separated from Denmark. Rather, this is the necessary presupposition for the expression “after the separation of Schleswig-Holstein from Denmark” to have any reference at all. Our sentence can, of course, also be interpreted as saying that Schleswig-Holstein was at some time separated from Denmark. Then we have a case that will be considered later.[19]

19 Denmark lost the duchies of Schleswig and Holstein to Prussia and Austria in the war of 1864. Their quarrel over the territory led to the Austro-Prussian War of 1866.

GERMAN

Sinn hat und mit dem Nachsatze zusammen einen Gedanken, und zwar nur einen einzigen, ausdrückt, dessen Theile nicht mehr Gedanken sind. Es ist im Allgemeinen unrichtig, daß im hypothetischen Urtheile zwei Urtheile in Wechselbeziehung gesetzt werden. Wenn man so oder ähnlich sagt, gebraucht man das Wort „Urtheil“ in demselben Sinne, den ich mit dem Worte „Gedanke“ verbunden habe, sodaß ich dafür sagen würde: „in einem hypothetischen Gedanken werden zwei Gedanken in Wechselbeziehung gesetzt.“ Dies könnte nur dann wahr sein, wenn ein unbestimmt andeutender Bestandtheil fehlte[11]; dann wäre aber auch keine Allgemeinheit vorhanden.

22

43.1 Wenn ein Zeitpunkt im Bedingungs- und Nachsatze unbestimmt anzudeuten ist, so geschieht es nicht selten nur durch das Tempus praesens des Verbs, das in diesem Falle nicht die Gegenwart mitbezeichnet. Diese grammatische Form ist dann im Haupt- und Nebensatze der unbestimmt andeutende Bestandtheil. „Wenn sich [44] die Sonne im Wendekreise des Krebses befindet, haben wir auf der nördlichen Erdhälfte den längsten Tag“, ist ein Beispiel dafür. Auch hier ist es unmöglich den Sinn des Nebensatzes in einem Hauptsatze auszudrücken, weil dieser Sinn kein vollständiger Gedanke ist; denn, wenn wir sagten: „die Sonne befindet sich im Wendekreise des Krebses“, so würden wir das auf unsere Gegenwart beziehen und damit den Sinn ändern.

44 Ebensowenig ist der Sinn des Hauptsatzes ein Gedanke; erst das aus Haupt- und Nebensatz bestehende Ganze enthält einen solchen. Uebrigens können auch mehre gemeinsame Bestandtheile im Bedingungs- und Nachsatze unbestimmt angedeutet werden.

44.1 Es ist einleuchtend, daß Nennsätze mit „wer“, „was“ und Adverbsätze mit „wo“, „wann“, „wo immer“, „wann immer“ vielfach als Bedingungssätze dem Sinne nach aufzufassen sind, z. B. „Wer Pech angreift, besudelt sich.“

ENGLISH

is using the word “judgment” in the same sense that I have attached to the word “thought”, so that I would say instead: “in a hypothetical thought two thoughts are put into reciprocal relation.” This could be true only if an indefinitely indicating component were absent[11]; but then there would be no generality either.

When a point in time is to be indicated indefinitely in the conditional and consequent clauses, this is often done merely by the present tense of the verb, which in this case does not also designate the present. This grammatical form is then the indefinitely indicating component in the main clause and the subordinate clause. “When [44] the sun is in the Tropic of Cancer, we have the longest day in the northern hemisphere” is an example. Here too it is impossible to express the sense of the subordinate clause in a main clause, because this sense is not a complete thought. For if we said “the sun is in the Tropic of Cancer”, we would be relating this to our present, and thereby changing the sense.

Nor is the sense of the main clause a thought; only the whole consisting of main clause and subordinate clause contains one. Several common components in the conditional and consequent clauses may, incidentally, also be indicated indefinitely.

It is evident that noun clauses with “who” [wer] or “what” [was], and adverbial clauses with “where” [wo], “when” [wann], “wherever” [wo immer],

21

Versetzen wir uns, um den Unterschied klarer zu erkennen, in die Seele eines Chinesen, der bei seiner geringen Kenntniß europäischer Geschichte es für falsch hält, daß einmal Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen sei. Dieser wird unsern Satz, in der ersten Weise aufgefaßt, weder für wahr, noch für falsch halten, sondern ihm jede Bedeutung absprechen, weil dem Nebensatze eine solche fehlen würde. Dieser würde nur scheinbar eine Zeitbestimmung geben. Wenn er unsern Satz dagegen in der zweiten Weise auffaßt, wird er in ihm einen Gedanken ausgedrückt finden, den er für falsch hielte, neben einem Theile, der für ihn bedeutungslos wäre.

To see the difference more clearly, let us put ourselves in the mind of a Chinese person who, knowing little of European history, believes it false that Schleswig-Holstein was ever separated from Denmark. Taking our sentence in the first way, he will regard it as neither true nor false, but will deny it any reference, because its subordinate clause would lack one. That clause would only seem to give a specification of time. If, on the other hand, he takes our sentence in the second way, he will find expressed in it a thought that he would hold to be false, alongside a part that would, for him, be without reference.

22

[11] Zuweilen fehlt eine ausdrückliche sprachliche Andeutung und muß dem ganzen Zusammenhange entnommen werden.

[11] Sometimes there is no explicit linguistic indication, and it has to be gathered from the whole context.

GERMAN

ENGLISH

“whenever” [wann immer], are often to be understood, as far as their sense goes, as conditional clauses; for example, “Whoever touches pitch defiles himself.”[23]

44.2 Auch Beisätze können Bedingungssätze vertreten. So können wir den Sinn unseres vorhin angeführten Satzes auch in der Form „das Quadrat einer Zahl, die kleiner als 1 und größer als 0 ist, ist kleiner als 1 und größer als 0“ ausdrücken.

Relative clauses, too, can stand in for conditional clauses. Thus we can also express the sense of the sentence cited earlier in the form “the square of a number that is less than 1 and greater than 0 is less than 1 and greater than 0”.

44.3 Ganz anders wird die Sache, wenn der gemeinsame Bestandtheil von Hauptsatz und Nebensatz durch einen Eigennamen bezeichnet wird. In dem Satze: „Napoleon, der die Gefahr für seine rechte Flanke erkannte, führte selbst seine Garden gegen die feindliche Stellung“ sind die beiden Gedanken ausgedrückt: 1. Napoleon erkannte die Gefahr für seine rechte Flanke; 2. Napoleon führte selbst seine Garden gegen die feindliche Stellung. Wann und wo dies geschah, kann zwar nur aus dem Zusammenhange erkannt werden, ist aber als dadurch bestimmt anzusehen. Wenn wir unsern ganzen Satz als Behauptung aussprechen, so behaupten wir damit zugleich die beiden Theilsätze. Wenn einer dieser Theilsätze falsch ist, so ist damit das Ganze falsch.

The matter is quite different when the common component of main clause and subordinate clause is designated by a proper name. In the sentence “Napoleon, who recognized the danger to his right flank, himself led his guards against the enemy position” two thoughts are expressed: 1. Napoleon recognized the danger to his right flank; 2. Napoleon himself led his guards against the enemy position. When and where this happened can, it is true, be known only from the context, but it is to be regarded as determined by it. If we utter our whole sentence as an assertion, we thereby assert both component sentences at once. If one of these component sentences is false, the whole is thereby false.

Hier haben wir den Fall, daß der Nebensatz für sich allein als Sinn einen vollständigen Gedanken hat (wenn wir ihn durch Zeit- und Ortsangabe ergänzen). Die Bedeutung des Nebensatzes ist demnach ein Wahrheitswerth. Wir können also erwarten, daß er sich unbeschadet der Wahrheit des Ganzen durch einen Satz von [45] demselben Wahrheitswerthe ersetzen lasse. Dies ist auch der Fall; nur muß beachtet werden, daß sein Subject „Napoleon“ sein muß aus einem rein grammatischen Grunde, weil er nur dann in die Form eines zu „Napoleon“ gehörenden Beisatzes gebracht werden kann. Sieht man aber von der Forderung ab, ihn in dieser Form zu sehn, und läßt man auch die Anreihung mit „und“ zu, so fällt diese Beschränkung hinweg.

Here we have the case in which the subordinate clause on its own has a complete thought as its sense (if we supplement it with a specification of time and place). Accordingly, the reference of the subordinate clause is a truth value. We may therefore expect that it can be replaced, without detriment to the truth of the whole, by a sentence with [45] the same truth value. This is indeed the case. Only, it must be noted that its subject has to be “Napoleon”, for a purely grammatical reason: only then can it be put in the form of a relative clause attached to “Napoleon”. But if one waives the demand that it appear in this form, and also allows it to be joined on with “and”, this restriction falls away.

45.1 Auch in Nebensätzen mit „obgleich“ werden vollständige Gedanken ausgedrückt. Dieses Fügewort hat eigentlich keinen Sinn und verändert auch den Sinn des Satzes nicht, sondern beleuchtet ihn nur in eigenthümlicher Weise[12]. Wir könnten zwar unbeschadet der Wahrheit des Ganzen den Concessivsatz durch einen andern desselben Wahrheitswerthes ersetzen; aber die

Complete thoughts are also expressed in subordinate clauses with “although” [obgleich]. This conjunction really has no sense, nor does it change the sense of the sentence; it only illuminates it in a peculiar way[12]. We could, it is true, replace the concessive clause by another of the same truth

23 A proverb from the Book of Sirach (Ecclesiasticus) 13:1.

GERMAN

Beleuchtung würde dann leicht unpassend erscheinen, wie wenn man ein Lied traurigen Inhalts nach einer lustigen Weise singen wollte.

ENGLISH

value without detriment to the truth of the whole; but the illumination would then easily seem inappropriate, as if one were to sing a song with sad content to a cheerful tune.

24

45.2 In den letzten Fällen schloß die Wahrheit des Ganzen die Wahrheit der Theilsätze ein. Anders ist es, wenn ein Bedingungssatz einen vollständigen Gedanken ausdrückt, indem er statt des nur andeutenden Bestandtheils einen Eigennamen enthält oder etwas, was dem gleich zu achten ist. In dem Satze „wenn jetzt die Sonne schon aufgegangen ist, ist der Himmel stark bewölkt“ ist die Zeit die Gegenwart, also bestimmt. Auch der Ort ist als bestimmt zu denken. Hier kann man sagen, daß eine Beziehung zwischen den Wahrheitswerthen des Bedingungs- und Folgesatzes gesetzt sei, nämlich die, daß der Fall nicht stattfinde, wo der Bedingungssatz das Wahre und der Nachsatz das Falsche bedeute.

In the last cases the truth of the whole included the truth of the component sentences. It is otherwise when a conditional clause expresses a complete thought by containing, instead of the merely indicating component, a proper name or something to be regarded as equivalent to one. In the sentence “If the sun has already risen now, the sky is heavily overcast”, the time is the present, and thus determinate. The place, too, is to be thought of as determinate. Here one can say that a relation has been laid down between the truth values of the conditional clause and the consequent clause, namely that the case does not occur in which the conditional clause refers to the True and the consequent clause to the False.

Danach ist unser Satz wahr, sowohl wenn jetzt die Sonne noch nicht aufgegangen ist, sei nun der Himmel stark bewölkt oder nicht, als auch wenn die Sonne schon aufgegangen ist und der Himmel stark bewölkt ist. Da es hierbei nur auf die Wahrheitswerthe ankommt, so kann man jeden der Theilsätze durch einen andern von gleichem Wahrheitswerthe ersetzen, ohne den Wahrheitswerth des Ganzen zu ändern. Freilich würde auch hier die Beleuchtung meistens unpassend werden; der Gedanke würde leicht abgeschmackt [46] erscheinen; aber das hat mit seinem Wahrheitswerthe nichts zu thun. Man muß dabei immer beachten, daß Nebengedanken mit anklingen, die aber nicht eigentlich ausgedrückt sind und darum in den Sinn des Satzes nicht eingerechnet werden dürfen, auf deren Wahrheitswerth es also nicht ankommen kann[13].

Accordingly, our sentence is true both if the sun has not yet risen now, whether the sky is heavily overcast or not, and if the sun has already risen and the sky is heavily overcast. Since only the truth values matter here, each of the component sentences can be replaced by another of the same truth value without changing the truth value of the whole. Here too, of course, the illumination would mostly become inappropriate; the thought might easily seem [46] absurd; but that has nothing to do with its truth value. One must always bear in mind here that subsidiary thoughts resonate along with it. These are not, however, actually expressed, and so must not be counted as part of the sense of the sentence; their truth value, therefore, cannot matter[13].

25

46.1 Damit möchten die einfachen Fälle besprochen sein. Werfen wir hier einen Blick auf das Erkannte zurück!

With this, the simple cases may be considered dealt with. Let us look back here at what we have found.

24

[12] Aehnliches haben wir bei „aber“ „doch“.

[12] We have something similar with “but” [aber] and “yet” [doch].

25

[13] Man könnte den Gedanken unsers Satzes auch so ausdrücken: „entweder ist jetzt die Sonne noch nicht aufgegangen, oder der Himmel ist stark bewölkt“, woraus zu ersehen, wie diese Art der Satzverbindung aufzufassen ist.

[13] The thought of our sentence could also be expressed thus: “Either the sun has not yet risen now, or the sky is heavily overcast”, from which it can be seen how this kind of sentence connection is to be understood.

GERMAN

46.2 Der Nebensatz hat meistens als Sinn keinen Gedanken, sondern nur einen Theil eines solchen und folglich als Bedeutung keinen Wahrheitswerth. Dies hat entweder darin seinen Grund, daß im Nebensatze die Wörter ihre ungerade Bedeutung haben, sodaß die Bedeutung, nicht der Sinn des Nebensatzes ein Gedanke ist, oder darin, daß der Nebensatz wegen eines darin nur unbestimmt andeutenden Bestandtheils unvollständig ist, sodaß er erst mit dem Hauptsatze zusammen einen Gedanken ausdrückt. Es kommen aber auch Fälle vor, wo der Sinn des Nebensatzes ein vollständiger Gedanke ist, und dann kann er unbeschadet der Wahrheit des Ganzen durch einen andern von demselben Wahrheitswerthe ersetzt werden, soweit nicht grammatische Hindernisse vorliegen.

ENGLISH

The subordinate clause usually has as its sense not a thought but only part of one, and consequently has as its reference no truth value. The reason for this is either that in the subordinate clause the words have their indirect reference, so that the reference, not the sense, of the subordinate clause is a thought; or that the subordinate clause is incomplete because it contains a merely indefinitely indicating component, so that it expresses a thought only together with the main clause. But there are also cases in which the sense of the subordinate clause is a complete thought; and then it can be replaced, without detriment to the truth of the whole, by another of the same truth value, insofar as there are no grammatical obstacles.

SUBSIDIARY THOUGHTS

Some clauses express more than one thought, so they cannot be swapped for others with the same truth value.

GERMAN

46.3 Wenn man alle aufstoßenden Nebensätze hierauf ansieht, so wird man bald solche treffen, die nicht recht in diese Fächer passen wollen. Der Grund davon wird, soviel ich sehe, darin liegen, daß diese Nebensätze keinen so einfachen Sinn haben. Fast immer scheint es, verbinden wir mit einem Hauptgedanken, den wir aussprechen, Nebengedanken, die auch der Hörer, obwohl sie nicht ausgedrückt werden, mit unsern Worten verknüpft nach psychologischen Gesetzen. Und weil sie so von selbst mit unsern Worten verbunden erscheinen, fast wie der Hauptgedanke selbst, so wollen wir dann auch wohl einen solchen Nebengedanken mit ausdrücken. Dadurch wird der Sinn des Satzes reicher und es kann wohl geschehn, daß wir mehr einfache Gedanken als Sätze haben.

In manchen Fällen muß der Satz so verstanden werden, in andern kann es zweifelhaft sein, ob der Nebengedanke mit zum Sinne des Satzes gehört oder [47] ihn nur begleitet[14]. So könnte man vielleicht finden, daß in dem Satze „Napoleon, der die Gefahr für seine rechte Flanke erkannte, führte selbst seine Garden gegen die feindliche Stellung“ nicht nur die beiden oben angegebenen Gedanken ausgedrückt wären, sondern auch der, daß die Erkenntnis der Gefahr der Grund war, weshalb er die Garden gegen die feindliche Stellung führte. Man kann in der That zweifelhaft sein, ob dieser Gedanke nur leicht angeregt, oder ob er wirklich ausgedrückt wird. Man lege sich die Frage vor, ob unser

ENGLISH

If one examines in this light all the subordinate clauses one comes across, one will soon meet some that will not fit properly into these pigeonholes. The reason, as far as I can see, will be that these subordinate clauses do not have so simple a sense. Almost always, it seems, we connect with a main thought that we utter subsidiary thoughts which the hearer, too, links with our words in accordance with psychological laws, although they are not expressed. And because they seem to be connected with our words of their own accord, almost like the main thought itself, we may then also want to express such a subsidiary thought along with it. In this way the sense of the sentence becomes richer, and it may well happen that we have more simple thoughts than sentences.

In some cases the sentence must be understood in this way; in others it may be doubtful whether the subsidiary thought belongs to the sense of the sentence or [47] merely accompanies it[14]. Thus one might perhaps find that the sentence “Napoleon, who recognized the danger to his right flank, himself led his guards against the enemy position” expresses not only the two thoughts given above, but also the thought that his recognition of the danger was the reason why he led the guards against the enemy position. One may in fact be in doubt whether this thought is merely lightly suggested

GERMAN

Satz falsch wäre, wenn Napoleons Entschluß schon vor der Wahrnehmung der Gefahr gefaßt wäre.

47 Könnte unser Satz trotzdem wahr sein, so wäre unser Nebengedanke nicht als Theil des Sinnes unsers Satzes aufzufassen. Wahrscheinlich wird man sich dafür entscheiden. Im andern Falle würde die Sachlage recht verwickelt: wir hätten dann mehr einfache Gedanken als Sätze. Wenn wir nun auch den Satz „Napoleon erkannte die Gefahr für seine rechte Flanke“ durch einen andern desselben Wahrheitswerthes ersetzten, z. B. durch „Napoleon war schon über 45 Jahre alt,“ so würde damit nicht nur unser erster, sondern auch unser dritter Gedanke geändert und damit könnte auch dessen Wahrheitswerth ein anderer werden — dann nämlich, wenn sein Alter nicht Grund des Entschlusses war, die Garden gegen den Feind zu führen.

Hieraus ist zu sehn, weshalb in solchen Fällen nicht immer Sätze von demselben Wahrheitswerthe für einander eintreten können. Der Satz drückt dann eben vermöge seiner Verbindung mit einem andern mehr aus, als für sich allein.

26

47.1 Betrachten wir nun Fälle, wo solches regelmäßig vorkommt. In dem Satze „Bebel wähnt, daß durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens Frankreichs Rachegelüste beschwichtigt werden können“ sind zwei Gedanken ausgedrückt, von denen aber nicht der eine dem Haupt-, der andere dem Nebensatze angehört, nämlich 1) Bebel glaubt, daß durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens Frankreichs Rachegelüste beschwichtigt werden können; [48] 2) durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens können Frankreichs Rachegelüste nicht beschwichtigt werden.

48.1 In dem Ausdrucke des ersten Gedankens haben die Worte des Nebensatzes ihre ungerade Bedeutung, während dieselben Worte im Ausdrucke des zweiten Gedankens ihre gewöhnliche Bedeutung haben. Wir sehn daraus, daß der Nebensatz in unserm ursprünglichen Satzgefüge eigentlich doppelt zu nehmen ist mit verschiedenen Bedeutungen, von denen die eine ein Gedanke, die andere

ENGLISH

or really expressed. Let us put to ourselves the question whether our sentence would be false if Napoleon had already made his decision before perceiving the danger.

If our sentence could be true in spite of this, our subsidiary thought should not be regarded as part of the sense of our sentence. One will probably decide in favor of this. Otherwise the situation would become quite complicated: we would then have more simple thoughts than sentences. If we now also replaced the sentence “Napoleon recognized the danger to his right flank” by another of the same truth value, for example by “Napoleon was already over 45 years old”, this would change not only our first thought but also our third, and so the truth value of the latter could also become different—namely, if his age was not the reason for his decision to lead the guards against the enemy.

From this it can be seen why, in such cases, sentences with the same truth value cannot always take each other’s place. The sentence then expresses, precisely by virtue of its connection with another, more than it does on its own.

Let us now consider cases where this happens regularly. In the sentence “Bebel fancies [wähnt] that France’s desire for revenge can be appeased by the return of Alsace-Lorraine” two thoughts are expressed, but it is not the case that one belongs to the main clause and the other to the subordinate clause. They are: 1) Bebel believes that France’s desire for revenge can be appeased by the return of Alsace-Lorraine; [48] 2) France’s desire for revenge cannot be appeased by the return of Alsace-Lorraine.[27]

In the expression of the first thought the words of the subordinate clause have their indirect reference, while the same words in the expression of the second thought have their customary reference. We see from this that the subordinate clause in our original complex sentence is really to be taken twice, with different references, one of

26

[14] Für die Frage, ob eine Behauptung eine Lüge, ein Eid ein Meineid sei, kann dies von Wichtigkeit werden.

[14] This can become important for the question whether an assertion is a lie, or an oath perjury.

27 August Bebel (1840–1913), leader of the German Social Democrats. Alsace-Lorraine was annexed by Germany from France in 1871.

	GERMAN	ENGLISH
	ein Wahrheitswerth ist. Weil nun der Wahrheitswerth nicht die ganze Bedeutung des Nebensatzes ist, können wir diesen nicht einfach durch einen andern desselben Wahrheitswerthes ersetzen. Aehnliches haben wir bei Ausdrücken wie „wissen“, „erkennen“, „es ist bekannt“.	which is a thought, the other a truth value. Now since the truth value is not the whole reference of the subordinate clause, we cannot simply replace it by another of the same truth value. We have something similar with expressions like “know”, “recognize”, “it is known”.
48.2	Mit einem Nebensatze des Grundes und dem zugehörigen Hauptsatze drücken wir mehrere Gedanken aus, die aber nicht den Sätzen einzeln entsprechen. Der Satz „weil das Eis specifisch leichter als Wasser ist, schwimmt es auf dem Wasser“ haben wir 1) das Eis ist specifisch leichter als Wasser; 2) wenn etwas specifisch leichter als Wasser ist, so schwimmt es auf dem Wasser; 3) das Eis schwimmt auf dem Wasser.	With a subordinate clause of reason and the associated main clause we express several thoughts, which do not, however, correspond to the clauses one by one. In the sentence “Because ice is less dense than water, it floats on water” we have: 1) ice is less dense than water; 2) if something is less dense than water, it floats on water; 3) ice floats on water.
48.3	Der dritte Gedanke brauchte allenfalls nicht ausdrücklich aufgeführt zu werden als in den ersten beiden enthalten. Dagegen würden weder der erste und dritte, noch der zweite und dritte zusammen den Sinn unsers Satzes ausmachen. Man sieht nun, daß in unserm Nebensatze „weil das Eis specifisch leichter als Wasser ist“ sowohl unser erster Gedanke, als auch ein Theil unsers zweiten ausgedrückt ist. Daher kommt es, daß wir unsern Nebensatz nicht einfach durch einen andern desselben Wahrheitswerthes ersetzen können; denn dadurch würde auch unser zweiter Gedanke geändert und davon könnte leicht auch dessen Wahrheitswerth berührt werden.	The third thought need not, perhaps, be stated explicitly, since it is contained in the first two. On the other hand, neither the first and third together, nor the second and third together, would make up the sense of our sentence. One now sees that our subordinate clause “because ice is less dense than water” expresses both our first thought and part of our second. That is why we cannot simply replace our subordinate clause by another of the same truth value: this would also change our second thought, and that could easily affect its truth value too.
48.4	Aehnlich ist die Sache in dem Satze „wenn Eisen specifisch leichter als Wasser wäre, so würde es auf dem Wasser schwimmen.“ [49] Wir haben hier die beiden Gedanken, daß Eisen nicht specifisch leichter ist als Wasser, und daß etwas auf dem Wasser schwimmt, wenn es specifisch leichter als Wasser ist. Der Nebensatz drückt wieder den einen und einen Theil des andern Gedankens aus.	The situation is similar in the sentence “If iron were [wäre] less dense than water, it would float on water.” [49] Here we have the two thoughts that iron is not less dense than water, and that something floats on water if it is less dense than water. The subordinate clause again expresses one of these thoughts and part of the other.
49.1	Wenn wir den früher betrachteten Satz „nachdem Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen war, entzweiten sich Preußen und Oesterreich“ so auffassen, daß darin der Gedanke ausgedrückt ist, es sei einmal Schleswig-Holstein von Dänemark losgerissen worden, so haben wir erstens diesen Gedanken, zweitens den Gedanken, daß zu einer Zeit, die durch den Nebensatz näher bestimmt ist, Preußen und Oesterreich sich entzweiten. Auch hier drückt dann der Nebensatz nicht nur einen Gedanken, sondern auch einen Theil eines andern aus. Daher darf man ihn nicht allgemein durch einen andern desselben Wahrheitswerthes ersetzen.	Suppose we take the sentence considered earlier, “After Schleswig-Holstein was separated from Denmark, Prussia and Austria quarreled”, in such a way that it expresses the thought that Schleswig-Holstein was at some time separated from Denmark. Then we have, first, this thought, and second, the thought that Prussia and Austria quarreled at a time more precisely determined by the subordinate clause. Here too, then, the subordinate clause expresses not only one thought but also part of another. Therefore one may not, in general, replace it by another of the same truth value.

	GERMAN	ENGLISH
49.2	Es ist schwer, alle in der Sprache gegebenen Möglichkeiten zu erschöpfen; aber ich hoffe doch im Wesentlichen die Gründe aufgefunden zu haben, warum nicht immer unbeschadet der Wahrheit des ganzen Satzgefüges ein Nebensatz durch einen andrn desselben Wahrheitswerthes vertreten werden kann. Diese sind 1) daß der Nebensatz keinen Wahrheitswerth bedeutet, indem er nur einen Theil eines Gedankens ausdrückt; 2) daß der Nebensatz zwar einen Wahrheitswerth bedeutet, aber sich nicht darauf beschränkt, indem sein Sinn außer einem Gedanken auch noch einen Theil eines andern Gedankens umfaßt.	It is difficult to exhaust all the possibilities that language offers; but I hope I have nonetheless found, in essentials, the reasons why a subordinate clause cannot always be replaced by another of the same truth value without detriment to the truth of the whole complex sentence. They are: 1) that the subordinate clause does not refer to a truth value, since it expresses only part of a thought; 2) that the subordinate clause does refer to a truth value but is not confined to this, since its sense comprises, besides one thought, part of another thought as well.
49.3	Der erste Fall tritt ein a) bei der ungeraden Bedeutung der Worte, b) wenn ein Theil des Satzes nur unbestimmt andeutet, statt ein Eigenname zu sein.	The first case arises a) with the indirect reference of the words, b) when a part of the sentence only indicates indefinitely instead of being a proper name.
49.4	Im zweiten Falle kann der Nebensatz doppelt zu nehmen sein, nämlich einmal in gewöhnlicher Bedeutung, das andre Mal in ungerader Bedeutung; oder es kann der Sinn eines Theiles des Nebensatzes zugleich Bestandtheil eines andern Gedankens sein, den mit dem unmittelbar im Nebensatze ausgedrückten zusammen den ganzen Sinn des Haupt- und Nebensatzes ausmacht.	In the second case the subordinate clause may have to be taken twice, namely once in its customary reference and once in its indirect reference; or the sense of a part of the subordinate clause may at the same time be a component of another thought, which, together with the thought directly expressed in the subordinate clause, makes up the whole sense of the main clause and subordinate clause.
49.5	Hieraus geht wohl mit hinreichender Wahrscheinlichkeit hervor, daß die Fälle, wo ein Nebensatz nicht durch einen andern desselben Wahrheitswertes ersetzbar ist, nichts gegen unsere Ansicht beweisen, [50] der Wahrheitswerth sei die Bedeutung des Satzes, dessen Sinn ein Gedanke ist.	From this it follows, with sufficient probability, that the cases where a subordinate clause cannot be replaced by another of the same truth value prove nothing against our view [50] that the truth value is the reference of a sentence whose sense is a thought.

BACK TO IDENTITY

The opening puzzle about a=a and a=b is resolved by the difference in sense.

	GERMAN	ENGLISH
50.1	Kehren wir nun zu unserm Ausgangspunkte zurück!	Let us now return to our starting point.
50.2	Wenn wir den Erkenntniswert von „a=a“ und „a=b“ im Allgemeinen verschieden fanden, so erklärt sich das dadurch, daß für den Erkenntniswerth der Sinn des Satzes, nämlich der in ihm ausgedrückte Gedanke, nicht minder in Betracht kommt als seine Bedeutung, das ist sein Wahrheitswerth. Wenn nun a=b ist, so ist zwar die Bedeutung von „b“ dieselbe wie die von „a“ und also auch der Wahrheitswerth von „a=b“ derselbe wie von „a=a“. Trotzdem kann der Sinn von „b“ von dem Sinne	If we found the cognitive value of “a=a” and “a=b” to be in general different, this is explained by the fact that, for cognitive value, the sense of the sentence—namely the thought expressed in it—is no less relevant than its reference, that is, its truth value. Now if a=b, then the reference of “b” is indeed the same as that of “a”, and so the truth value of “a=b” is the same as that of “a=a”. Nevertheless, the sense of “b” may differ from the sense of “a”,

GERMAN

von „a“ verschieden sein, und mithin auch der in „a=b“ ausgedrückte Gedanke verschieden von dem „a=a“ ausgedrückten sein; dann haben beide Sätze auch nicht denselben Erkenntnißwerth.

Wenn wir wie oben unter „Urteil“ verstehn den Fortschritt vom Gedanken zu dessen Wahrheitswerthe, so werden wir auch sagen, daß die Urteile verschieden sind.

ENGLISH

and therefore the thought expressed in “a=b” may also differ from that expressed in “a=a”; in that case the two sentences do not have the same cognitive value either.

If, as above, we understand by “judgment” the advance from a thought to its truth value, we will also say that the judgments are different.