Tractatus Logico-Philosophicus

LUDWIG WITTGENSTEIN
1889–1951

Tractatus Logico-Philosophicus

Logisch-philosophische Abhandlung

Translated from the German with AI (Claude) and edited

FORAGE
forage.com

Tractatus Logico-Philosophicus · Ludwig Wittgenstein (1889–1951)

Translated from the German with AI (Claude) and edited. Parallel-text edition, Forage, October 2026. forage.com/wittgenstein/tractatus

German text: the 1922 edition, via Kevin Klement's edition (people.umass.edu/klement/tlp) (public domain). English: translated from the German with AI (Claude), then edited for accuracy and consistency. Not reviewed by a human specialist. Free to reuse under CC BY-SA 4.0. Margin numbers are Wittgenstein's proposition numbers.

The original text is in the public domain. This translation is free to share and adapt under the Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International license (CC BY-SA 4.0): creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0

Set in Source Serif 4, with Gentium Book Plus.

CONTENTS

Introduction vii
Preface 1
Proposition 1 3
Proposition 2 5
Proposition 3 11
Proposition 4 21
Proposition 5 39
Proposition 6 61
Proposition 7 77

INTRODUCTION

Ludwig Wittgenstein wrote the *Tractatus* as a soldier in the First World War and published it in 1921. It is short, around 20,000 words, and built as a tree of numbered propositions: seven main ones, each explained by the decimal propositions beneath it.

It sets out to show how language pictures the world, and so where the limits of what can be said lie. Logic, ethics, the self and the meaning of life all turn out to lie beyond those limits: they can be shown, but not said. It ends with one of the most famous sentences in philosophy.

Wittgenstein thought the book had solved the problems of philosophy. Later he rejected much of it.

Preface

Vorwort

Wittgenstein says the book draws a limit to what can be said and claims to have solved philosophy's problems.

	GERMAN	ENGLISH
Motto	...und alles, was man weiss, nicht bloss rauschen und brausen gehört hat, lässt sich in drei Worten sagen. Kürnberger	...and everything that one knows, and has not merely heard as rumbling and roaring, can be said in three words. Kürnberger[1]
Vorwort	Dieses Buch wird vielleicht nur der verstehen, der die Gedanken, die darin ausgedrückt sind – oder doch ähnliche Gedanken – schon selbst einmal gedacht hat. – Es ist also kein Lehrbuch. – Sein Zweck wäre erreicht, wenn es Einem, der es mit Verständnis liest Vergnügen bereitete.	Perhaps this book will be understood only by someone who has already had the thoughts expressed in it—or at least similar thoughts—himself. —So it is not a textbook.—Its purpose would be achieved if it gave pleasure to one person who read it with understanding.
	Das Buch behandelt die philosophischen Probleme und zeigt – wie ich glaube – dass die Fragestellung dieser Probleme auf dem Mißverständnis der Logik unserer Sprache beruht. Man könnte den ganzen Sinn des Buches etwa in die Worte fassen: Was sich überhaupt sagen lässt, lässt sich klar sagen; und wovon man nicht reden kann, darüber muss man schweigen.	The book deals with the problems of philosophy and shows—as I believe—that the way these problems are posed rests on a misunderstanding of the logic of our language. The whole sense of the book could be summed up roughly in these words: What can be said at all can be said clearly; and what we cannot talk about we must pass over in silence.
	Das Buch will also dem Denken eine Grenze ziehen, oder vielmehr – nicht dem Denken, sondern dem Ausdruck der Gedanken: Denn um dem Denken eine Grenze zu ziehen, müssten wir beide Seiten dieser Grenze denken können (wir müssten also denken können, was sich nicht denken lässt).	So the book aims to draw a limit to thinking, or rather—not to thinking, but to the expression of thoughts. For in order to draw a limit to thinking, we would have to be able to think both sides of this limit (we would, that is, have to be able to think what cannot be thought).
	Die Grenze wird also nur in der Sprache gezogen werden können und was jenseits der Grenze liegt, wird einfach Unsinn sein.	So the limit can be drawn only in language, and what lies beyond the limit will simply be nonsense.
	Wieweit meine Bestrebungen mit denen anderer Philosophen zusammenfallen, will ich nicht beurteilen. Ja, was ich hier geschrieben habe macht im Einzelnen überhaupt nicht den Anspruch auf Neuheit; und darum gebe ich auch keine Quellen an, weil es mir gleichgültig ist, ob das was ich gedacht habe, vor mir schon ein anderer gedacht hat.	How far my efforts coincide with those of other philosophers I do not wish to judge. Indeed, what I have written here makes no claim whatever to novelty in its details; and that is also why I cite no sources, since it is a matter of indifference to me whether what I have thought has already been thought by someone else before me.

1 Ferdinand Kürnberger (1821–1879), Austrian writer and essayist.

GERMAN

Nur das will ich erwähnen, dass ich den großartigen Werken Freges und den Arbeiten meines Freundes Herrn Bertrand Russell einen großen Teil der Anregung zu meinen Gedanken schulde.

Wenn diese Arbeit einen Wert hat, so besteht er in Zweierlei. Erstens darin, dass in ihr Gedanken ausgedrückt sind, und dieser Wert wird umso größer sein, je besser die Gedanken ausgedrückt sind. Je mehr der Nagel auf den Kopf getroffen ist. – Hier bin ich mir bewusst, weit hinter dem Möglichen zurückgeblieben zu sein. Einfach darum, weil meine Kraft zur Bewältigung der Aufgabe zu gering ist. – Mögen andere kommen und es besser machen.

Dagegen scheint mir die *Wahrheit* der hier mitgeteilten Gedanken unantastbar und definitiv. Ich bin also der Meinung, die Probleme im Wesentlichen endgültig gelöst zu haben. Und wenn ich mich hierin nicht irre, so besteht nun der Wert dieser Arbeit zweitens darin, dass sie zeigt, wie wenig damit getan ist, dass diese Probleme gelöst sind.

L. W.

Wien, 1918

ENGLISH

I will mention only this: that I owe a large part of the stimulus to my thoughts to the magnificent works of Frege and to the writings of my friend Mr. Bertrand Russell.[2]

If this work has any value, it consists in two things. First, in the fact that thoughts are expressed in it, and this value will be the greater, the better the thoughts are expressed. The more squarely the nail has been hit on the head.—Here I am aware of having fallen far short of what is possible. Simply because my powers are too slight to master the task.—May others come and do it better.

On the other hand, the *truth* of the thoughts communicated here seems to me unassailable and definitive. I am therefore of the opinion that I have, in all essentials, solved the problems once and for all. And if I am not mistaken in this, then the value of this work consists, secondly, in showing how little has been achieved when these problems have been solved.

L. W.

Vienna, 1918

2 Gottlob Frege (1848–1925), German logician and founder of modern logic; Bertrand Russell (1872–1970), British philosopher, Wittgenstein's teacher at Cambridge.

Proposition 1

The world is everything that is the case

	GERMAN	ENGLISH
1 [1]	Die Welt ist alles, was der Fall ist.	The world is everything that is the case.
1.1	Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dinge.	The world is the totality of facts, not of things.
1.11	Die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, dass es *alle* Tatsachen sind.	The world is determined by the facts, and by their being *all* the facts.
1.12	Denn, die Gesamtheit der Tatsachen bestimmt, was der Fall ist und auch, was alles nicht der Fall ist.	For the totality of facts determines what is the case, and also whatever is not the case.
1.13	Die Tatsachen im logischen Raum sind die Welt.	The facts in logical space are the world.
1.2	Die Welt zerfällt in Tatsachen.	The world divides into facts.
1.21	Eines kann der Fall sein oder nicht der Fall sein und alles übrige gleich bleiben.	Any one of them can be the case or not be the case, and everything else remain the same.

[1]

Die Decimalzahlen als Nummern der einzelnen Sätze deuten das logische Gewicht der Sätze an, den Nachdruck, der auf ihnen in meiner Darstellung liegt. Die Sätze n.1, n.2, n.3, etc., sind Bemerkungen zum Sätze No. n; die Sätze n.m1, n.m2, etc. Bemerkungen zum Satze No. n.m; und so weiter.

The decimal numbers assigned to the individual propositions indicate the logical weight of the propositions, the emphasis laid on them in my exposition. The propositions n.1, n.2, n.3, etc., are remarks on proposition no. n; the propositions n.m1, n.m2, etc., are remarks on proposition no. n.m; and so on.

Proposition 2

What is the case, the fact, is the obtaining of states of affairs

	GERMAN	ENGLISH
2	Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalten.	What is the case, the fact, is the obtaining of states of affairs.
2.01	Der Sachverhalt ist eine Verbindung von Gegenständen. (Sachen, Dingen.)	A state of affairs is a combination of objects (items, things).
2.011	Es ist dem Ding wesentlich, der Bestandteil eines Sachverhaltes sein zu können.	It is essential to a thing that it can be a constituent of a state of affairs.
2.012	In der Logik ist nichts zufällig: Wenn das Ding im Sachverhalt vorkommen *kann*, so muss die Möglichkeit des Sachverhaltes im Ding bereits präjudiziert sein.	In logic nothing is accidental: if a thing *can* occur in a state of affairs, the possibility of that state of affairs must already be prejudged in the thing.
2.0121	Es erschiene gleichsam als Zufall, wenn dem Ding, das allein für sich bestehen könnte, nachträglich eine Sachlage passen würde. Wenn die Dinge in Sachverhalten vorkommen können, so muss dies schon in ihnen liegen. (Etwas Logisches kann nicht nur-möglich sein. Die Logik handelt von jeder Möglichkeit und alle Möglichkeiten sind ihre Tatsachen.) Wie wir uns räumliche Gegenstände überhaupt nicht außerhalb des Raumes, zeitliche nicht außerhalb der Zeit denken können, so können wir uns *keinen* Gegenstand außerhalb der Möglichkeit seiner Verbindung mit anderen denken. Wenn ich mir den Gegenstand im Verbande des Sachverhalts denken kann, so kann ich ihn nicht außerhalb der *Möglichkeit* dieses Verbandes denken.	It would seem, so to speak, a matter of chance if a situation turned out, after the fact, to fit a thing that could subsist entirely on its own. If things can occur in states of affairs, this must already lie in them. (Something logical cannot be merely possible. Logic deals with every possibility, and all possibilities are its facts.) Just as we cannot think of spatial objects at all outside space, or of temporal objects outside time, so we cannot think of *any* object outside the possibility of its combination with others. If I can think of an object as combined in a state of affairs, I cannot think of it outside the *possibility* of this combination.
2.0122	Das Ding ist selbständig, insofern es in allen *möglichen* Sachlagen vorkommen kann, aber diese Form der Selbständigkeit ist eine Form des Zusammenhangs mit dem Sachverhalt, eine Form der Unselbständigkeit. (Es ist unmöglich, dass Worte in zwei verschiedenen Weisen auftreten, allein und im Satz.)	A thing is independent insofar as it can occur in all *possible* situations, but this form of independence is a form of connection with states of affairs, a form of dependence. (It is impossible for words to appear in two different ways: on their own and in the proposition.)
2.0123	Wenn ich den Gegenstand kenne, so kenne ich auch sämtliche Möglichkeiten seines Vorkommens in Sachverhalten. (Jede solche Möglichkeit muss in der Natur des Gegenstandes liegen.)	If I know an object, I also know all the possibilities of its occurring in states of affairs. (Every such possibility must lie in the nature of the object.)

	GERMAN	ENGLISH
	Es kann nicht nachträglich eine neue Möglichkeit gefunden werden.	A new possibility cannot be discovered after the fact.
2.01231	Um einen Gegenstand zu kennen, muss ich zwar nicht seine externen – aber ich muss alle seine internen Eigenschaften kennen.	To know an object, I need not know its external properties—but I must know all its internal properties.
2.0124	Sind alle Gegenstände gegeben, so sind damit auch alle *möglichen* Sachverhalte gegeben.	If all objects are given, then all *possible* states of affairs are thereby given as well.
2.013	Jedes Ding ist, gleichsam, in einem Raume möglicher Sachverhalte. Diesen Raum kann ich mir leer denken, nicht aber das Ding ohne den Raum.	Each thing is, as it were, in a space of possible states of affairs. I can think of this space as empty, but not of the thing without the space.
2.0131	Der räumliche Gegenstand muss im unendlichen Raume liegen. (Der Raumpunkt ist eine Argumentstelle.) Der Fleck im Gesichtsfeld muss zwar nicht rot sein, aber eine Farbe muss er haben: er hat sozusagen den Farbenraum um sich. Der Ton muss *eine* Höhe haben, der Gegenstand des Tastsinnes *eine* Härte, usw.	A spatial object must lie in infinite space. (A point in space is an argument place.) A spot in the visual field need not be red, but it must have some color: it has, so to speak, color space around it. A note must have *some* pitch, an object of touch *some* hardness, and so on.
2.014	Die Gegenstände enthalten die Möglichkeit aller Sachlagen.	Objects contain the possibility of all situations.
2.0141	Die Möglichkeit seines Vorkommens in Sachverhalten, ist die Form des Gegenstandes.	The possibility of its occurring in states of affairs is the form of an object.
2.02	Der Gegenstand ist einfach.	An object is simple.
2.0201	Jede Aussage über Komplexe lässt sich in eine Aussage über deren Bestandteile und in diejenigen Sätze zerlegen, welche die Komplexe vollständig beschreiben.	Every statement about complexes can be analyzed into a statement about their constituents and into those propositions that describe the complexes completely.
2.021	Die Gegenstände bilden die Substanz der Welt. Darum können sie nicht zusammengesetzt sein.	Objects make up the substance of the world. That is why they cannot be composite.
2.0211	Hätte die Welt keine Substanz, so würde, ob ein Satz Sinn hat, davon abhängen, ob ein anderer Satz wahr ist.	If the world had no substance, then whether a proposition had sense would depend on whether another proposition was true.
2.0212	Es wäre dann unmöglich, ein Bild der Welt (wahr oder falsch) zu entwerfen.	It would then be impossible to sketch a picture of the world (true or false).
2.022	Es ist offenbar, dass auch eine von der wirklichen noch so verschieden gedachte Welt Etwas – eine Form – mit der wirklichen gemein haben muss.	It is obvious that even a world imagined as differing ever so much from the real one must have something—a form—in common with the real world.
2.023	Diese feste Form besteht eben aus den Gegenständen.	This fixed form consists precisely of the objects.
2.0231	Die Substanz der Welt *kann* nur eine Form und keine materiellen Eigenschaften bestimmen. Denn diese	The substance of the world *can* determine only a form, and no material properties. For these are

	GERMAN	ENGLISH
	werden erst durch die Sätze dargestellt – erst durch die Konfiguration der Gegenstände gebildet.	represented only by propositions—formed only by the configuration of objects.
2.0232	Beiläufig gesprochen: Die Gegenstände sind farblos.	Incidentally: objects are colorless.
2.0233	Zwei Gegenstände von der gleichen logischen Form sind – abgesehen von ihren externen Eigenschaften – von einander nur dadurch unterschieden, dass sie verschieden sind.	Two objects of the same logical form are—apart from their external properties—distinguished from each other only by being different.
2.02331	Entweder ein Ding hat Eigenschaften, die kein anderes hat, dann kann man es ohneweiteres durch eine Beschreibung aus den anderen herausheben, und darauf hinweisen; oder aber, es gibt mehrere Dinge, die ihre sämtlichen Eigenschaften gemeinsam haben, dann ist es überhaupt unmöglich auf eines von ihnen zu zeigen. Denn, ist das Ding durch nichts hervorgehoben, so kann ich es nicht hervorheben, denn sonst ist es eben hervorgehoben.	Either a thing has properties that no other thing has, in which case one can simply single it out from the others by a description and point to it; or else there are several things that have all their properties in common, in which case it is quite impossible to point to any one of them. For if nothing singles the thing out, I cannot single it out, since otherwise it would, after all, be singled out.
2.024	Die Substanz ist das, was unabhängig von dem was der Fall ist, besteht.	Substance is what subsists independently of what is the case.
2.025	Sie ist Form und Inhalt.	It is form and content.
2.0251	Raum, Zeit und Farbe (Färbigkeit) sind Formen der Gegenstände.	Space, time and color (being colored) are forms of objects.
2.026	Nur wenn es Gegenstände gibt, kann es eine feste Form der Welt geben.	Only if there are objects can there be a fixed form of the world.
2.027	Das Feste, das Bestehende und der Gegenstand sind Eins.	The fixed, the subsistent and the object are one.
2.0271	Der Gegenstand ist das Feste, Bestehende; die Konfiguration ist das Wechselnde, Unbeständige.	The object is the fixed, the subsistent; the configuration is the changing, the unstable.
2.0272	Die Konfiguration der Gegenstände bildet den Sachverhalt.	The configuration of objects forms the state of affairs.
2.03	Im Sachverhalt hängen die Gegenstände ineinander, wie die Glieder einer Kette.	In a state of affairs, objects hook into one another like the links of a chain.
2.031	Im Sachverhalt verhalten sich die Gegenstände in bestimmter Art und Weise zueinander.	In a state of affairs, objects stand to one another in a definite way.
2.032	Die Art und Weise, wie die Gegenstände im Sachverhalt zusammenhängen, ist die Struktur des Sachverhaltes.	The way in which objects hang together in a state of affairs is the structure of the state of affairs.
2.033	Die Form ist die Möglichkeit der Struktur.	Form is the possibility of structure.
2.034	Die Struktur der Tatsache besteht aus den Strukturen der Sachverhalte.	The structure of a fact consists of the structures of states of affairs.
2.04	Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte ist die Welt.	The totality of obtaining states of affairs is the world.

	GERMAN	ENGLISH
2.05	Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte bestimmt auch, welche Sachverhalte nicht bestehen.	The totality of obtaining states of affairs also determines which states of affairs do not obtain.
2.06	Das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten ist die Wirklichkeit. (Das Bestehen von Sachverhalten nennen wir auch eine positive, das Nichtbestehen eine negative Tatsache.)	The obtaining and non-obtaining of states of affairs is reality. (We also call the obtaining of states of affairs a positive fact, and their non-obtaining a negative fact.)
2.061	Die Sachverhalte sind von einander unabhängig.	States of affairs are independent of one another.
2.062	Aus dem Bestehen oder Nichtbestehen eines Sachverhaltes kann nicht auf das Bestehen oder Nichtbestehen eines anderen geschlossen werden.	From the obtaining or non-obtaining of one state of affairs, nothing can be inferred about the obtaining or non-obtaining of another.
2.063	Die gesamte Wirklichkeit ist die Welt.	The whole of reality is the world.
2.1	Wir machen uns Bilder der Tatsachen.	We picture facts to ourselves.[1]
2.11	Das Bild stellt die Sachlage im logischen Raume, das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten vor.	A picture presents the situation in logical space, the obtaining and non-obtaining of states of affairs.
2.12	Das Bild ist ein Modell der Wirklichkeit.	A picture is a model of reality.
2.13	Den Gegenständen entsprechen im Bilde die Elemente des Bildes.	In a picture, the elements of the picture correspond to the objects.
2.131	Die Elemente des Bildes vertreten im Bild die Gegenstände.	In a picture, the elements of the picture stand in for the objects.
2.14	Das Bild besteht darin, dass sich seine Elemente in bestimmter Art und Weise zu einander verhalten.	A picture consists in its elements being related to one another in a definite way.
2.141	Das Bild ist eine Tatsache.	A picture is a fact.
2.15	Dass sich die Elemente des Bildes in bestimmter Art und Weise zu einander verhalten, stellt vor, dass sich die Sachen so zu einander verhalten. Dieser Zusammenhang der Elemente des Bildes heiße seine Struktur und ihre Möglichkeit seine Form der Abbildung.	That the elements of the picture are related to one another in a definite way presents the items as being related to one another in the same way. Let this connection of the elements of the picture be called its structure, and the possibility of this structure its form of depiction.
2.151	Die Form der Abbildung ist die Möglichkeit, dass sich die Dinge so zu einander verhalten, wie die Elemente des Bildes.	The form of depiction is the possibility that things are related to one another in the same way as the elements of the picture.
2.1511	Das Bild ist *so* mit der Wirklichkeit verknüpft – es reicht bis zu ihr.	*That* is how a picture is linked to reality—it reaches right out to it.
2.1512	Es ist wie ein Maßstab an die Wirklichkeit angelegt.	It is laid against reality like a ruler.
2.15121		

1 German *Bild* covers “picture”, “image” and “model”; all three senses are in play here.

	GERMAN	ENGLISH
	Nur die äußersten Punkte der Teilstriche *berühren* den zu messenden Gegenstand.	Only the outermost points of the graduation marks *touch* the object being measured.
2.1513	Nach dieser Auffassung gehört also zum Bilde auch noch die abbildende Beziehung, die es zum Bild macht.	On this view, then, the picture also includes the depicting relation, which makes it into a picture.
2.1514	Die abbildende Beziehung besteht aus den Zuordnungen der Elemente des Bildes und der Sachen.	The depicting relation consists of the correlations between the elements of the picture and the items.
2.1515	Diese Zuordnungen sind gleichsam die Fühler der Bildelemente, mit denen das Bild die Wirklichkeit berührt.	These correlations are, as it were, the feelers of the picture's elements, with which the picture touches reality.
2.16	Die Tatsache muss, um Bild zu sein, etwas mit dem Abgebildeten gemeinsam haben.	In order to be a picture, a fact must have something in common with what it depicts.
2.161	In Bild und Abgebildetem muss etwas identisch sein, damit das eine überhaupt ein Bild des anderen sein kann.	In the picture and what it depicts, something must be identical, if the one is to be a picture of the other at all.
2.17	Was das Bild mit der Wirklichkeit gemein haben muss, um sie auf seine Art und Weise – richtig oder falsch – abbilden zu können, ist seine Form der Abbildung.	What a picture must have in common with reality in order to be able to depict it in its own way—correctly or incorrectly—is its form of depiction.
2.171	Das Bild kann jede Wirklichkeit abbilden, deren Form es hat. Das räumliche Bild alles Räumliche, das farbige alles Farbige, etc.	A picture can depict any reality whose form it has. A spatial picture anything spatial, a colored one anything colored, etc.
2.172	Seine Form der Abbildung aber, kann das Bild nicht abbilden; es weist sie auf.	A picture cannot, however, depict its form of depiction; it displays it.
2.173	Das Bild stellt sein Objekt von außerhalb dar (sein Standpunkt ist seine Form der Darstellung), darum stellt das Bild sein Objekt richtig oder falsch dar.	A picture represents its subject from outside (its standpoint is its form of representation); that is why a picture represents its subject correctly or incorrectly.
2.174	Das Bild kann sich aber nicht außerhalb seiner Form der Darstellung stellen.	But a picture cannot place itself outside its form of representation.
2.18	Was jedes Bild, welcher Form immer, mit der Wirklichkeit gemein haben muss, um sie überhaupt – richtig oder falsch – abbilden zu können, ist die logische Form, das ist, die Form der Wirklichkeit.	What every picture, of whatever form, must have in common with reality in order to be able to depict it at all—correctly or incorrectly—is logical form, that is, the form of reality.
2.181	Ist die Form der Abbildung die logische Form, so heißt das Bild das logische Bild.	If the form of depiction is logical form, the picture is called a logical picture.
2.182	Jedes Bild ist *auch* ein logisches. (Dagegen ist z. B. nicht jedes Bild ein räumliches.)	Every picture is *also* a logical one. (On the other hand, not every picture is, for example, a spatial one.)
2.19	Das logische Bild kann die Welt abbilden.	A logical picture can depict the world.
2.2		

	GERMAN	ENGLISH
	Das Bild hat mit dem Abgebildeten die logische Form der Abbildung gemein.	A picture has the logical form of depiction in common with what it depicts.
2.201	Das Bild bildet die Wirklichkeit ab, indem es eine Möglichkeit des Bestehens und Nichtbestehens von Sachverhalten darstellt.	A picture depicts reality by representing a possibility of the obtaining and non-obtaining of states of affairs.
2.202	Das Bild stellt eine mögliche Sachlage im logischen Raume dar.	A picture represents a possible situation in logical space.
2.203	Das Bild enthält die Möglichkeit der Sachlage, die es darstellt.	A picture contains the possibility of the situation that it represents.
2.21	Das Bild stimmt mit der Wirklichkeit überein oder nicht; es ist richtig oder unrichtig, wahr oder falsch.	A picture agrees with reality or it does not; it is correct or incorrect, true or false.
2.22	Das Bild stellt dar, was es darstellt, unabhängig von seiner Wahr- oder Falschheit, durch die Form der Abbildung.	A picture represents what it represents, independently of its truth or falsity, through its form of depiction.
2.221	Was das Bild darstellt, ist sein Sinn.	What a picture represents is its sense.
2.222	In der Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung seines Sinnes mit der Wirklichkeit, besteht seine Wahrheit oder Falschheit.	Its truth or falsity consists in the agreement or disagreement of its sense with reality.
2.223	Um zu erkennen, ob das Bild wahr oder falsch ist, müssen wir es mit der Wirklichkeit vergleichen.	In order to tell whether a picture is true or false, we must compare it with reality.
2.224	Aus dem Bild allein ist nicht zu erkennen, ob es wahr oder falsch ist.	It is impossible to tell from the picture alone whether it is true or false.
2.225	Ein a priori wahres Bild gibt es nicht.	There is no picture that is true a priori.

Proposition 3

The logical picture of the facts is the thought

	GERMAN	ENGLISH
3	Das logische Bild der Tatsachen ist der Gedanke.	The logical picture of the facts is the thought.
3.001	„Ein Sachverhalt ist denkbar“ heißt: Wir können uns ein Bild von ihm machen.	“A state of affairs is thinkable” means: we can picture it to ourselves.
3.01	Die Gesamtheit der wahren Gedanken sind ein Bild der Welt.	The totality of true thoughts is a picture of the world.
3.02	Der Gedanke enthält die Möglichkeit der Sachlage, die er denkt. Was denkbar ist, ist auch möglich.	The thought contains the possibility of the situation that it thinks. What is thinkable is also possible.
3.03	Wir können nichts Unlogisches denken, weil wir sonst unlogisch denken müssten.	We cannot think anything illogical, because otherwise we would have to think illogically.
3.031	Man sagte einmal, dass Gott alles schaffen könne, nur nichts, was den logischen Gesetzen zuwider wäre. – Wir können nämlich von einer „unlogischen“ Welt nicht *sagen*, wie sie aussähe.	It used to be said that God could create everything except what would be contrary to the laws of logic. —For we could not *say* what an “illogical” world would look like.
3.032	Etwas „der Logik widersprechendes“ in der Sprache darstellen, kann man ebensowenig, wie in der Geometrie eine den Gesetzen des Raumes widersprechende Figur durch ihre Koordinaten darstellen; oder die Koordinaten eines Punktes angeben, welcher nicht existiert.	It is as impossible to represent in language something that “contradicts logic” as it is, in geometry, to represent by its coordinates a figure that contradicts the laws of space, or to give the coordinates of a point that does not exist.
3.0321	Wohl können wir einen Sachverhalt räumlich darstellen, welcher den Gesetzen der Physik, aber keinen, der den Gesetzen der Geometrie zuwiderliefe.	We can indeed represent spatially a state of affairs that would contravene the laws of physics, but not one that would contravene the laws of geometry.
3.04	Ein a priori richtiger Gedanke wäre ein solcher, dessen Möglichkeit seine Wahrheit bedingte.	A thought that was correct a priori would be one whose possibility guaranteed its truth.
3.05	Nur so könnten wir a priori wissen, dass ein Gedanke wahr ist, wenn aus dem Gedanken selbst (ohne Vergleichsobjekt) seine Wahrheit zu erkennen wäre.	We could know a priori that a thought is true only if its truth could be recognized from the thought itself (without an object of comparison).
3.1	Im Satz drückt sich der Gedanke sinnlich wahrnehmbar aus.	In the proposition, the thought is expressed in a way that can be perceived by the senses.
3.11	Wir benützen das sinnlich wahrnehmbare Zeichen (Laut- oder Schriftzeichen etc.) des Satzes als Projektion der möglichen Sachlage. Die Projektionsmethode ist das Denken des Satz-Sinnes.	We use the perceptible sign of the proposition (spoken or written sign, etc.) as a projection of the possible situation. The method of projection is the thinking of the proposition’s sense.

	GERMAN	ENGLISH
3.12	Das Zeichen, durch welches wir den Gedanken ausdrücken, nenne ich das Satzzeichen. Und der Satz ist das Satzzeichen in seiner projektiven Beziehung zur Welt.	The sign through which we express the thought I call the propositional sign. And the proposition is the propositional sign in its projective relation to the world.
3.13	Zum Satz gehört alles, was zur Projektion gehört; aber nicht das Projizierte. Also die Möglichkeit des Projizierten, aber nicht dieses selbst. Im Satz ist also sein Sinn noch nicht enthalten, wohl aber die Möglichkeit, ihn auszudrücken. („Der Inhalt des Satzes“ heißt der Inhalt des sinnvollen Satzes.) Im Satz ist die Form seines Sinnes enthalten, aber nicht dessen Inhalt.	Everything that belongs to the projection belongs to the proposition; but not what is projected. So the possibility of what is projected, but not this itself. Thus the proposition does not yet contain its sense, but it does contain the possibility of expressing it. (“The content of the proposition” means the content of the proposition that has sense.) The proposition contains the form of its sense, but not its content.
3.14	Das Satzzeichen besteht darin, dass sich seine Elemente, die Wörter, in ihm auf bestimmte Art und Weise zu einander verhalten. Das Satzzeichen ist eine Tatsache.	The propositional sign consists in this: that its elements, the words, are related to one another within it in a definite way. The propositional sign is a fact.
3.141	Der Satz ist kein Wörtergemisch. – (Wie das musikalische Thema kein Gemisch von Tönen.) Der Satz ist artikuliert.	A proposition is not a jumble of words.—(Just as a musical theme is not a jumble of notes.) A proposition is articulated.
3.142	Nur Tatsachen können einen Sinn ausdrücken, eine Klasse von Namen kann es nicht.	Only facts can express a sense; a class of names cannot.
3.143	Dass das Satzzeichen eine Tatsache ist, wird durch die gewöhnliche Ausdrucksform der Schrift oder des Druckes verschleiert. Denn im gedruckten Satz z. B. sieht das Satzzeichen nicht wesentlich verschieden aus vom Wort. (So war es möglich, dass Frege den Satz einen zusammengesetzten Namen nannte.)	That the propositional sign is a fact is concealed by the ordinary form of expression in writing or print. For in a printed proposition, for example, the propositional sign does not look essentially different from a word. (This is how it was possible for Frege to call the proposition a compound name.)
3.1431	Sehr klar wird das Wesen des Satzzeichens, wenn wir es uns, statt aus Schriftzeichen, aus räumlichen Gegenständen (etwa Tischen, Stühlen, Büchern) zusammengesetzt denken. Die gegenseitige räumliche Lage dieser Dinge drückt dann den Sinn des Satzes aus.	The essence of the propositional sign becomes very clear if we imagine it composed not of written signs but of spatial objects (such as tables, chairs, books). The spatial arrangement of these things relative to one another then expresses the sense of the proposition.
3.1432	Nicht: „Das komplexe Zeichen ‚aRb‘ sagt, dass a in der Beziehung R zu b steht“, sondern: *Dass* „a“ in einer gewissen Beziehung zu „b“ steht, sagt, *dass* aRb.	Not: “The complex sign ‘aRb’ says that a stands in the relation R to b”, but rather: *That* “a” stands in a certain relation to “b” says *that* aRb.

	GERMAN	ENGLISH
3.144	Sachlagen kann man beschreiben, nicht *benennen*. (Namen gleichen Punkten, Sätze Pfeilen, sie haben Sinn.)	Situations can be described, not *named*. (Names are like points, propositions like arrows—they have sense.)
3.2	Im Satze kann der Gedanke so ausgedrückt sein, dass den Gegenständen des Gedankens Elemente des Satzzeichens entsprechen.	In a proposition the thought can be expressed in such a way that elements of the propositional sign correspond to the objects of the thought.
3.201	Diese Elemente nenne ich „einfache Zeichen“ und den Satz „vollständig analysiert“.	These elements I call “simple signs”, and the proposition “completely analyzed”.
3.202	Die im Satze angewandten einfachen Zeichen heißen Namen.	The simple signs employed in propositions are called names.
3.203	Der Name bedeutet den Gegenstand. Der Gegenstand ist seine Bedeutung. („A“ ist dasselbe Zeichen wie „A“.)	A name means an object. The object is its meaning. (“A” is the same sign as “A”.)[1]
3.21	Der Konfiguration der einfachen Zeichen im Satzzeichen entspricht die Konfiguration der Gegenstände in der Sachlage.	The configuration of the simple signs in the propositional sign corresponds to the configuration of the objects in the situation.
3.22	Der Name vertritt im Satz den Gegenstand.	In the proposition, the name stands in for the object.
3.221	Die Gegenstände kann ich nur *nennen*. Zeichen vertreten sie. Ich kann nur *von* ihnen sprechen, *sie aussprechen* kann ich nicht. Ein Satz kann nur sagen, *wie* ein Ding ist, nicht *was* es ist.	Objects I can only *name*. Signs stand in for them. I can only speak *about* them; I cannot *put them into words*. A proposition can only say *how* a thing is, not *what* it is.
3.23	Die Forderung der Möglichkeit der einfachen Zeichen ist die Forderung der Bestimmtheit des Sinnes.	The requirement that simple signs be possible is the requirement that sense be determinate.
3.24	Der Satz, welcher vom Komplex handelt, steht in interner Beziehung zum Satze, der von dessen Bestandteil handelt. Der Komplex kann nur durch seine Beschreibung gegeben sein, und diese wird stimmen oder nicht stimmen. Der Satz, in welchem von einem Komplex die Rede ist, wird, wenn dieser nicht existiert, nicht unsinnig, sondern einfach falsch sein. Dass ein Satzelement einen Komplex bezeichnet, kann man aus einer Unbestimmtheit in den Sätzen sehen, worin es vorkommt. Wir *wissen*, durch diesen Satz ist noch nicht alles bestimmt. (Die Allgemeinheitsbezeichnung *enthält* ja ein Urbild.) Die Zusammenfassung des Symbols eines Komplexes in ein einfaches Symbol kann durch eine Definition ausgedrückt werden.	A proposition that is about a complex stands in an internal relation to a proposition about a constituent of that complex. A complex can be given only by its description, and this description will either fit or not fit. A proposition in which a complex is mentioned will not be nonsensical if the complex does not exist, but simply false. That an element of a proposition signifies a complex can be seen from an indeterminacy in the propositions in which it occurs. We *know* that not everything has yet been determined by this proposition. (The notation for generality does, after all, *contain* a prototype.) The contraction of the symbol of a complex into a simple symbol can be expressed by a definition.
3.25	Es gibt eine und nur eine vollständige Analyse des Satzes.	

1 “Meaning” renders Frege’s term *Bedeutung*: what a sign stands for (often translated “reference”), as distinct from its *Sinn*, “sense”.

	GERMAN	ENGLISH
		There is one and only one complete analysis of the proposition.
3.251	Der Satz drückt auf bestimmte, klar angebbare Weise aus, was er ausdrückt: Der Satz ist artikuliert.	A proposition expresses what it expresses in a definite, clearly specifiable way: the proposition is articulated.
3.26	Der Name ist durch keine Definition weiter zu zergliedern: er ist ein Urzeichen.	A name cannot be dissected any further by a definition: it is a primitive sign.
3.261	Jedes definierte Zeichen bezeichnet *über* jene Zeichen, durch welche es definiert wurde; und die Definitionen weisen den Weg. Zwei Zeichen, ein Urzeichen, und ein durch Urzeichen definiertes, können nicht auf dieselbe Art und Weise bezeichnen. Namen *kann* man nicht durch Definitionen auseinanderlegen. (Kein Zeichen, welches allein, selbständig eine Bedeutung hat.)	Every defined sign signifies *via* the signs by which it was defined; and the definitions show the way. Two signs, one a primitive sign and one defined by means of primitive signs, cannot signify in the same way. Names *cannot* be taken apart by definitions. (Nor can any sign that has a meaning alone, on its own.)
3.262	Was in den Zeichen nicht zum Ausdruck kommt, das zeigt ihre Anwendung. Was die Zeichen verschlucken, das spricht ihre Anwendung aus.	What does not come to expression in the signs, their application shows. What the signs swallow, their application states openly.
3.263	Die Bedeutungen von Urzeichen können durch Erläuterungen erklärt werden. Erläuterungen sind Sätze, welche die Urzeichen enthalten. Sie können also nur verstanden werden, wenn die Bedeutungen dieser Zeichen bereits bekannt sind.	The meanings of primitive signs can be explained by elucidations. Elucidations are propositions that contain the primitive signs. So they can be understood only if the meanings of these signs are already known.
3.3	Nur der Satz hat Sinn; nur im Zusammenhang des Satzes hat ein Name Bedeutung.	Only the proposition has sense; only in the context of a proposition does a name have meaning.
3.31	Jeden Teil des Satzes, der seinen Sinn charakterisiert, nenne ich einen Ausdruck (ein Symbol). (Der Satz selbst ist ein Ausdruck.) Ausdruck ist alles, für den Sinn des Satzes wesentliche, was Sätze miteinander gemein haben können. Der Ausdruck kennzeichnet eine Form und einen Inhalt.	Every part of a proposition that characterizes its sense I call an expression (a symbol). (The proposition itself is an expression.) An expression is anything essential to the sense of a proposition that propositions can have in common with one another. An expression marks out a form and a content.
3.311	Der Ausdruck setzt die Formen aller Sätze voraus, in welchen er vorkommen kann. Er ist das gemeinsame charakteristische Merkmal einer Klasse von Sätzen.	An expression presupposes the forms of all the propositions in which it can occur. It is the common characteristic mark of a class of propositions.
3.312	Er wird also dargestellt durch die allgemeine Form der Sätze, die er charakterisiert. Und zwar wird in dieser Form der Ausdruck *konstant* und alles übrige *variabel* sein.	It is therefore represented by the general form of the propositions that it characterizes. And in this form the expression will be *constant* and everything else *variable*.
3.313	Der Ausdruck wird also durch eine Variable dargestellt, deren Werte die Sätze sind, die den Ausdruck enthalten.	Thus an expression is represented by a variable whose values are the propositions that contain the expression.

	GERMAN	ENGLISH
	(Im Grenzfall wird die Variable zur Konstanten, der Ausdruck zum Satz.)	(In the limiting case the variable becomes a constant, and the expression a proposition.)
	Ich nenne eine solche Variable „Satzvariable“.	I call such a variable a “propositional variable”.
3.314	Der Ausdruck hat nur im Satz Bedeutung. Jede Variable lässt sich als Satzvariable auffassen.	An expression has meaning only in a proposition. Every variable can be construed as a propositional variable.
	(Auch der variable Name.)	(The variable name included.)
3.315	Verwandeln wir einen Bestandteil eines Satzes in eine Variable, so gibt es eine Klasse von Sätzen, welche sämtlich Werte des so entstandenen variablen Satzes sind. Diese Klasse hängt im allgemeinen noch davon ab, was wir, nach willkürlicher Übereinkunft, mit Teilen jenes Satzes meinen. Verwandeln wir aber alle jene Zeichen, deren Bedeutung willkürlich bestimmt wurde, in Variable, so gibt es nun noch immer eine solche Klasse. Diese aber ist nun von keiner Übereinkunft abhängig, sondern nur noch von der Natur des Satzes. Sie entspricht einer logischen Form – einem logischen Urbild.	If we turn a constituent of a proposition into a variable, there is a class of propositions that are all values of the resulting variable proposition. In general this class still depends on what we mean, by arbitrary convention, by parts of the original proposition. But if we turn into variables all those signs whose meaning was arbitrarily fixed, there is still such a class. This class, however, now depends on no convention, but only on the nature of the proposition. It corresponds to a logical form—a logical prototype.
3.316	Welche Werte die Satzvariable annehmen darf, wird festgesetzt.	What values the propositional variable may take is stipulated.
	Die Festsetzung der Werte *ist* die Variable.	The stipulation of the values *is* the variable.
3.317	Die Festsetzung der Werte der Satzvariablen ist die *Angabe der Sätze*, deren gemeinsames Merkmal die Variable ist.	The stipulation of the values of the propositional variable is the *specification of the propositions* whose common mark the variable is.
	Die Festsetzung ist eine Beschreibung dieser Sätze.	The stipulation is a description of these propositions.
	Die Festsetzung wird also nur von Symbolen, nicht von deren Bedeutung handeln.	So the stipulation will deal only with symbols, not with their meaning.
	Und *nur* dies ist der Festsetzung wesentlich, *dass sie nur eine Beschreibung von Symbolen ist und nichts über das Bezeichnete aussagt*.	And *only* this is essential to the stipulation: *that it is merely a description of symbols and says nothing about what is signified*.
	Wie die Beschreibung der Sätze geschieht, ist unwesentlich.	How the description of the propositions is carried out is inessential.
3.318	Den Satz fasse ich – wie Frege und Russell – als Funktion der in ihm enthaltenen Ausdrücke auf.	Like Frege and Russell, I construe a proposition as a function of the expressions contained in it.
3.32	Das Zeichen ist das sinnlich Wahrnehmbare am Symbol.	The sign is the part of the symbol that can be perceived by the senses.
3.321	Zwei verschiedene Symbole können also das Zeichen (Schriftzeichen oder Lautzeichen etc.) miteinander gemein haben – sie bezeichnen dann auf verschiedene Art und Weise.	So two different symbols can have the sign (written sign or spoken sign, etc.) in common—they then signify in different ways.
3.322		

	GERMAN	ENGLISH
	Es kann nie das gemeinsame Merkmal zweier Gegenstände anzeigen, dass wir sie mit demselben Zeichen, aber durch zwei verschiedene *Bezeichnungsweisen* bezeichnen. Denn das Zeichen ist ja willkürlich. Man könnte also auch zwei verschiedene Zeichen wählen, und wo bliebe dann das Gemeinsame in der Bezeichnung?	The fact that we signify two objects with the same sign, but by two different *modes of signification*, can never indicate a characteristic the objects have in common. For the sign is, after all, arbitrary. So we could just as well choose two different signs, and then where would the common element in the signification be?
3.323	In der Umgangssprache kommt es ungemein häufig vor, dass dasselbe Wort auf verschiedene Art und Weise bezeichnet – also verschiedenen Symbolen angehört –, oder, dass zwei Wörter, die auf verschiedene Art und Weise bezeichnen, äußerlich in der gleichen Weise im Satz angewandt werden. So erscheint das Wort „ist" als Kopula, als Gleichheitszeichen und als Ausdruck der Existenz; „existieren" als intransitives Zeitwort wie „gehen"; „identisch" als Eigenschaftswort; wir reden von *Etwas*, aber auch davon, dass *etwas* geschieht. (Im Satze „Grün ist grün" – wo das erste Wort ein Personenname, das letzte ein Eigenschaftswort ist – haben diese Worte nicht einfach verschiedene Bedeutung, sondern es sind *verschiedene Symbole*.)	In everyday language it happens extremely often that the same word signifies in different ways—and so belongs to different symbols—or that two words that signify in different ways are used in the proposition in what outwardly looks the same way. Thus the word "is" appears as the copula, as the sign of identity, and as the expression of existence; "exist" as an intransitive verb like "go"; "identical" as an adjective; we speak of *something*, but also of the fact that *something* happens. (In the proposition "Green is green"—where the first word is a person's name and the last an adjective—these words do not simply have different meanings; they are *different symbols*.)
3.324	So entstehen leicht die fundamentalsten Verwechslungen (deren die ganze Philosophie voll ist).	This is how the most fundamental confusions easily arise (the whole of philosophy is full of them).
3.325	Um diesen Irrtümern zu entgehen, müssen wir eine Zeichensprache verwenden, welche sie ausschließt, indem sie nicht das gleiche Zeichen in verschiedenen Symbolen, und Zeichen, welche auf verschiedene Art bezeichnen, nicht äußerlich auf die gleiche Art verwendet. Eine Zeichensprache also, die der *logischen* Grammatik – der logischen Syntax – gehorcht. (Die Begriffsschrift Frege's und Russell's ist eine solche Sprache, die allerdings noch nicht alle Fehler ausschließt.)	To avoid these errors we must use a sign-language that excludes them, by not using the same sign in different symbols and by not using, in outwardly the same way, signs that signify in different ways. A sign-language, that is, that obeys *logical* grammar—logical syntax. (The concept-script of Frege and Russell is such a language, although it does not yet exclude all mistakes.)[2]
3.326	Um das Symbol am Zeichen zu erkennen, muss man auf den sinnvollen Gebrauch achten.	To recognize the symbol in the sign, one must attend to its use with sense.
3.327	Das Zeichen bestimmt erst mit seiner logisch-syntaktischen Verwendung zusammen eine logische Form.	A sign determines a logical form only together with its logical-syntactic employment.
3.328	Wird ein Zeichen *nicht gebraucht*, so ist es bedeutungslos. Das ist der Sinn der Devise Occams. (Wenn sich alles so verhält als hätte ein Zeichen Bedeutung, dann hat es auch Bedeutung.)	If a sign is *not used*, it is meaningless. That is the sense of Occam's maxim. (If everything behaves as though a sign had meaning, then it does have meaning.)[3]

2 "Concept-script" translates *Begriffsschrift*, the name Frege gave to his logical notation (1879).

	GERMAN	ENGLISH
3.33	In der logischen Syntax darf nie die Bedeutung eines Zeichens eine Rolle spielen; sie muss sich aufstellen lassen, ohne dass dabei von der *Bedeutung* eines Zeichens die Rede wäre, sie darf *nur* die Beschreibung der Ausdrücke voraussetzen.	In logical syntax the meaning of a sign must never play a role; it must be possible to set up logical syntax without mentioning the *meaning* of a sign; it may presuppose *only* the description of the expressions.
3.331	Von dieser Bemerkung sehen wir in Russells „Theory of types“ hinüber: Der Irrtum Russells zeigt sich darin, dass er bei der Aufstellung der Zeichenregeln von der Bedeutung der Zeichen reden musste.	From this observation we can look across to Russell's "Theory of types": Russell's error shows itself in the fact that in setting up the rules for signs he had to speak of the meaning of the signs.
3.332	Kein Satz kann etwas über sich selbst aussagen, weil das Satzzeichen nicht in sich selbst enthalten sein kann (das ist die ganze „Theory of types“).	No proposition can say anything about itself, because the propositional sign cannot be contained in itself (that is the whole of the "Theory of types").
3.333	Eine Funktion kann darum nicht ihr eigenes Argument sein, weil das Funktionszeichen bereits das Urbild seines Arguments enthält und es sich nicht selbst enthalten kann. Nehmen wir nämlich an, die Funktion F(fx) könnte ihr eigenes Argument sein; dann gäbe es also einen Satz: „F(F(fx))“ und in diesem müssen die äußere Funktion F und die innere Funtion F verschiedene Bedeutungen haben, denn die innere hat die Form φ(fx), die äußere die Form ψ(φ(fx)). Gemeinsam ist den beiden Funktionen nur der Buchstabe „F“, der aber allein nichts bezeichnet. Dies wird sofort klar, wenn wir statt „F(Fu)“ schreiben „(∃φ):F(φu) . φu = Fu“. Hiermit erledigt sich Russells Paradox.	A function cannot be its own argument, because the function sign already contains the prototype of its argument, and it cannot contain itself. For suppose the function F(fx) could be its own argument: then there would be a proposition "F(F(fx))", and in it the outer function F and the inner function F must have different meanings, since the inner one has the form ϕ(fx) and the outer one the form ψ(ϕ(fx)). All the two functions have in common is the letter "F", which by itself signifies nothing. This becomes clear at once if instead of "F(Fu)" we write "(∃ϕ):F(ϕu) . ϕu = Fu". This disposes of Russell's paradox.
3.334	Die Regeln der logischen Syntax müssen sich von selbst verstehen, wenn man nur weiß, wie ein jedes Zeichen bezeichnet.	The rules of logical syntax must go without saying, once we know how each individual sign signifies.
3.34	Der Satz besitzt wesentliche und zufällige Züge. Zufällig sind die Züge, die von der besonderen Art der Hervorbringung des Satzzeichens herrühren. Wesentlich diejenigen, welche allein den Satz befähigen, seinen Sinn auszudrücken.	A proposition has essential and accidental features. Accidental features are those that result from the particular way in which the propositional sign is produced. Essential features are those that alone enable the proposition to express its sense.
3.341	Das Wesentliche am Satz ist also das, was allen Sätzen, welche den gleichen Sinn ausdrücken können, gemeinsam ist. Und ebenso ist allgemein das Wesentliche am Symbol das, was alle Symbole, die denselben Zweck erfüllen können, gemeinsam haben.	So what is essential in a proposition is what all propositions that can express the same sense have in common. And likewise, in general, what is essential in a symbol is what all symbols that can serve the same purpose have in common.

3 William of Ockham (c. 1287–1347), English philosopher; his "razor" holds that entities should not be multiplied beyond necessity.

	GERMAN	ENGLISH
3.3411	Man könnte also sagen: Der eigentliche Name ist das, was alle Symbole, die den Gegenstand bezeichnen, gemeinsam haben. Es würde sich so successive ergeben, dass keinerlei Zusammensetzung für den Namen wesentlich ist.	So one could say: the real name is what all symbols that signify the object have in common. It would then follow, step by step, that no kind of composition is essential to a name.
3.342	An unseren Notationen ist zwar etwas willkürlich, aber *das* ist nicht willkürlich: Dass, *wenn* wir etwas willkürlich bestimmt haben, dann etwas anderes der Fall sein muss. (Dies hängt von dem *Wesen* der Notation ab.)	There is indeed something arbitrary in our notations, but *this* is not arbitrary: that *if* we have determined something arbitrarily, then something else must be the case. (This depends on the *essence* of the notation.)
3.3421	Eine besondere Bezeichnungsweise mag unwichtig sein, aber wichtig ist es immer, dass diese eine *mögliche* Bezeichnungsweise ist. Und so verhält es sich in der Philosophie überhaupt: Das Einzelne erweist sich immer wieder als unwichtig, aber die Möglichkeit jedes Einzelnen gibt uns einen Aufschluss über das Wesen der Welt.	A particular mode of signifying may be unimportant, but it is always important that it is a *possible* mode of signifying. And this is how things are in philosophy generally: again and again the individual case turns out to be unimportant, but the possibility of each individual case reveals something about the essence of the world.
3.343	Definitionen sind Regeln der Übersetzung von einer Sprache in eine andere. Jede richtige Zeichensprache muss sich in jede andere nach solchen Regeln übersetzen lassen: *Dies* ist, was sie alle gemeinsam haben.	Definitions are rules for translating from one language into another. Every correct sign-language must be translatable into every other according to such rules: *this* is what they all have in common.
3.344	Das, was am Symbol bezeichnet, ist das Gemeinsame aller jener Symbole, durch die das erste den Regeln der logischen Syntax zufolge ersetzt werden kann.	What signifies in a symbol is what is common to all the symbols by which, according to the rules of logical syntax, it can be replaced.
3.3441	Man kann z. B. das Gemeinsame aller Notationen für die Wahrheitsfunktionen so ausdrücken: Es ist ihnen gemeinsam, dass sich alle – z. B. – durch die Notation von „~p“ („nicht p“) und „p ∨ q“ („p oder q“) *ersetzen lassen*. (Hiermit ist die Art und Weise gekennzeichnet, wie eine spezielle mögliche Notation uns allgemeine Aufschlüsse geben kann.)	For example, what is common to all notations for truth-functions can be expressed like this: what they have in common is that all of them—for example—*can be replaced* by the notation of “~p” (“not p”) and “p ∨ q” (“p or q”). (This indicates the way in which a special possible notation can give us general information.)
3.3442	Das Zeichen des Komplexes löst sich auch bei der Analyse nicht willkürlich auf, so dass etwa seine Auflösung in jedem Satzgefüge eine andere wäre.	Nor does the sign of a complex resolve arbitrarily in analysis, so that its resolution would be different, say, in every propositional structure.
3.4	Der Satz bestimmt einen Ort im logischen Raum. Die Existenz dieses logischen Ortes ist durch die Existenz der Bestandteile allein verbürgt, durch die Existenz des sinnvollen Satzes.	A proposition determines a place in logical space. The existence of this logical place is guaranteed by the existence of the constituents alone, by the existence of the proposition with sense.
3.41	Das Satzzeichen und die logischen Koordinaten: Das ist der logische Ort.	The propositional sign and the logical coordinates: that is the logical place.
3.411	Der geometrische und der logische Ort stimmen darin überein, dass beide die Möglichkeit einer Existenz sind.	The geometrical place and the logical place agree in that each is the possibility of an existence.
3.42		

	GERMAN	ENGLISH
	Obwohl der Satz nur einen Ort des logischen Raumes bestimmen darf, so muss doch durch ihn schon der ganze logische Raum gegeben sein. (Sonst würden durch die Verneinung, die logische Summe, das logische Produkt, etc. immer neue Elemente – in Koordination – eingeführt.) (Das logische Gerüst um das Bild herum bestimmt den logischen Raum. Der Satz durchgreift den ganzen logischen Raum.)	Although a proposition may determine only one place in logical space, the whole of logical space must nevertheless already be given by it. (Otherwise negation, the logical sum, the logical product, etc., would keep introducing new elements—in coordination.) (The logical scaffolding around the picture determines logical space. The proposition reaches through the whole of logical space.)
3.5	Das angewandte, gedachte, Satzzeichen ist der Gedanke.	The propositional sign, applied and thought, is the thought.

Proposition 4

The thought is the proposition with sense

	GERMAN	ENGLISH
4	Der Gedanke ist der sinnvolle Satz.	The thought is the proposition with sense.
4.001	Die Gesamtheit der Sätze ist die Sprache.	The totality of propositions is language.
4.002	Der Mensch besitzt die Fähigkeit Sprachen zu bauen, womit sich jeder Sinn ausdrücken lässt, ohne eine Ahnung davon zu haben, wie und was jedes Wort bedeutet. – Wie man auch spricht, ohne zu wissen, wie die einzelnen Laute hervorgebracht werden. Die Umgangssprache ist ein Teil des menschlichen Organismus und nicht weniger kompliziert als dieser. Es ist menschenunmöglich, die Sprachlogik aus ihr unmittelbar zu entnehmen. Die Sprache verkleidet den Gedanken. Und zwar so, dass man nach der äußeren Form des Kleides, nicht auf die Form des bekleideten Gedankens schließen kann; weil die äußere Form des Kleides nach ganz anderen Zwecken gebildet ist als danach, die Form des Körpers erkennen zu lassen. Die stillschweigenden Abmachungen zum Verständnis der Umgangssprache sind enorm kompliziert.	Human beings have the ability to construct languages in which every sense can be expressed, without having any idea how or what each word means.—Just as people speak without knowing how the individual sounds are produced. Everyday language is a part of the human organism and no less complicated than it. It is humanly impossible to extract the logic of language from it directly. Language disguises the thought. It does so in such a way that from the outward form of the clothing one cannot infer the form of the thought it clothes; for the outward form of the clothing is designed for quite other purposes than to let the form of the body be recognized. The tacit conventions on which the understanding of everyday language depends are enormously complicated.
4.003	Die meisten Sätze und Fragen, welche über philosophische Dinge geschrieben worden sind, sind nicht falsch, sondern unsinnig. Wir können daher Fragen dieser Art überhaupt nicht beantworten, sondern nur ihre Unsinnigkeit feststellen. Die meisten Fragen und Sätze der Philosophen beruhen darauf, dass wir unsere Sprachlogik nicht verstehen. (Sie sind von der Art der Frage, ob das Gute mehr oder weniger identisch sei als das Schöne.) Und es ist nicht verwunderlich, dass die tiefsten Probleme eigentlich *keine* Probleme sind.	Most of the propositions and questions that have been written about philosophical matters are not false but nonsensical. So we cannot answer questions of this kind at all; we can only establish that they are nonsensical. Most of the questions and propositions of philosophers arise from our failure to understand the logic of our language. (They are of the same kind as the question whether the good is more or less identical than the beautiful.) And it is no wonder that the deepest problems are really *not* problems at all.
4.0031	Alle Philosophie ist „Sprachkritik“. (Allerdings nicht im Sinne Mauthners.) Russells Verdienst ist es, gezeigt zu haben, dass die scheinbare logische Form des Satzes nicht seine wirkliche sein muss.	All philosophy is a “critique of language”. (Though not in Mauthner’s sense.) It is Russell’s achievement to have shown that the apparent logical form of a proposition need not be its real one.[1]

	GERMAN	ENGLISH
4.01	Der Satz ist ein Bild der Wirklichkeit. Der Satz ist ein Modell der Wirklichkeit, so wie wir sie uns denken.	A proposition is a picture of reality. A proposition is a model of reality as we think it to be.
4.011	Auf den ersten Blick scheint der Satz – wie er etwa auf dem Papier gedruckt steht – kein Bild der Wirklichkeit zu sein, von der er handelt. Aber auch die Notenschrift scheint auf den ersten Blick kein Bild der Musik zu sein, und unsere Lautzeichen-(Buchstaben-)Schrift kein Bild unserer Lautsprache. Und doch erweisen sich diese Zeichensprachen auch im gewöhnlichen Sinne als Bilder dessen, was sie darstellen.	At first sight a proposition—one printed on paper, say—does not seem to be a picture of the reality it is about. But neither does musical notation seem at first sight to be a picture of music, nor our phonetic (alphabetic) script a picture of our spoken language. And yet these sign-languages turn out to be pictures, even in the ordinary sense, of what they represent.
4.012	Offenbar ist, dass wir einen Satz von der Form „aRb“ als Bild empfinden. Hier ist das Zeichen offenbar ein Gleichnis des Bezeichneten.	It is evident that we perceive a proposition of the form “aRb” as a picture. Here the sign is evidently a likeness of what is signified.
4.013	Und wenn wir in das Wesentliche dieser Bildhaftigkeit eindringen, so sehen wir, dass dieselbe durch *scheinbare Unregelmäßigkeiten* (wie die Verwendung der ♯ und ♭ in der Notenschrift) *nicht* gestört wird. Denn auch diese Unregelmäßigkeiten bilden das ab, was sie ausdrücken sollen; nur auf eine andere Art und Weise.	And if we penetrate to what is essential in this pictorial character, we see that it is *not* disturbed by *apparent irregularities* (such as the use of ♯ and ♭ in musical notation). For these irregularities, too, depict what they are meant to express; only in a different way.
4.014	Die Grammophonplatte, der musikalische Gedanke, die Notenschrift, die Schallwellen, stehen alle in jener abbildenden internen Beziehung zu einander, die zwischen Sprache und Welt besteht. Ihnen allen ist der logische Bau gemeinsam. (Wie im Märchen die zwei Jünglinge, ihre zwei Pferde und ihre Lilien. Sie sind alle in gewissem Sinne Eins.)	The gramophone record, the musical thought, the score, the sound waves all stand to one another in that internal relation of depicting that holds between language and the world. The logical construction is common to them all. (Like the two youths in the fairy tale, their two horses, and their lilies. They are all in a certain sense one.)[2]
4.0141	Dass es eine allgemeine Regel gibt, durch die der Musiker aus der Partitur die Symphonie entnehmen kann, durch welche man aus der Linie auf der Grammophonplatte die Symphonie und nach der ersten Regel wieder die Partitur ableiten kann, darin besteht eben die innere Ähnlichkeit dieser scheinbar so ganz verschiedenen Gebilde. Und jene Regel ist das Gesetz der Projektion, welches die Symphonie in die Notensprache projiziert. Sie ist die Regel der Übersetzung der Notensprache in die Sprache der Grammophonplatte.	There is a general rule by which the musician can take the symphony from the score, and by which one can derive the symphony from the line on the gramophone record and then, by the first rule, derive the score again. It is precisely in this that the inner similarity of these seemingly so utterly different constructions consists. And that rule is the law of projection which projects the symphony into the language of musical notation. It is the rule for translating the language of musical notation into the language of the gramophone record.

1 Fritz Mauthner (1849–1923), Austrian writer whose *Contributions to a Critique of Language* (1901–02) argued for a thoroughgoing skepticism about language.
2 The allusion is to the Grimms’ tale “The Gold-Children”, in which twin boys, twin horses and two golden lilies are born from the same fish.

	GERMAN	ENGLISH
4.015	Die Möglichkeit aller Gleichnisse, der ganzen Bildhaftigkeit unserer Ausdrucksweise, ruht in der Logik der Abbildung.	The possibility of all likenesses, of the entire pictorial character of our way of expressing ourselves, rests on the logic of depiction.
4.016	Um das Wesen des Satzes zu verstehen, denken wir an die Hieroglyphenschrift, welche die Tatsachen die sie beschreibt abbildet. Und aus ihr wurde die Buchstabenschrift, ohne das Wesentliche der Abbildung zu verlieren.	To understand the essence of the proposition, think of hieroglyphic writing, which depicts the facts it describes. And out of it came alphabetic writing, without losing what is essential to depiction.
4.02	Dies sehen wir daraus, dass wir den Sinn des Satzzeichens verstehen, ohne dass er uns erklärt wurde.	We see this from the fact that we understand the sense of a propositional sign without having had it explained to us.
4.021	Der Satz ist ein Bild der Wirklichkeit: Denn ich kenne die von ihm dargestellte Sachlage, wenn ich den Satz verstehe. Und den Satz verstehe ich, ohne dass mir sein Sinn erklärt wurde.	A proposition is a picture of reality: for if I understand the proposition, I know the situation it represents. And I understand the proposition without having had its sense explained to me.
4.022	Der Satz *zeigt* seinen Sinn. Der Satz *zeigt*, wie es sich verhält, *wenn* er wahr ist. Und er *sagt*, *dass* es sich so verhält.	A proposition *shows* its sense. A proposition *shows* how things stand *if* it is true. And it *says that* they do so stand.
4.023	Die Wirklichkeit muss durch den Satz auf ja oder nein fixiert sein. Dazu muss sie durch ihn vollständig beschrieben werden. Der Satz ist die Beschreibung eines Sachverhaltes. Wie die Beschreibung einen Gegenstand nach seinen externen Eigenschaften, so beschreibt der Satz die Wirklichkeit nach ihren internen Eigenschaften. Der Satz konstruiert eine Welt mit Hilfe eines logischen Gerüstes und darum kann man am Satz auch sehen, wie sich alles Logische verhält, *wenn* er wahr ist. Man kann aus einem falschen Satz *Schlüsse ziehen*.	Reality must be pinned down by the proposition to yes or no. For that, it must be completely described by the proposition. A proposition is the description of a state of affairs. Just as a description describes an object by its external properties, so a proposition describes reality by its internal properties. A proposition constructs a world with the help of a logical scaffolding, and that is why one can also see from the proposition how everything logical stands *if* it is true. One can *draw conclusions* from a false proposition.
4.024	Einen Satz verstehen, heißt, wissen was der Fall ist, wenn er wahr ist. (Man kann ihn also verstehen, ohne zu wissen, ob er wahr ist.) Man versteht ihn, wenn man seine Bestandteile versteht.	To understand a proposition means to know what is the case if it is true. (So one can understand it without knowing whether it is true.) One understands it if one understands its constituents.
4.025	Die Übersetzung einer Sprache in eine andere geht nicht so vor sich, dass man jeden *Satz* der einen in einen *Satz* der anderen übersetzt, sondern nur die Satzbestandteile werden übersetzt.	Translating one language into another does not proceed by translating each *proposition* of the one into a *proposition* of the other; only the constituents of propositions are translated.

	GERMAN	ENGLISH
	(Und das Wörterbuch übersetzt nicht nur Substantiva, sondern auch Zeit-, Eigenschafts- und Bindewörter etc.; und es behandelt sie alle gleich.)	(And the dictionary translates not only nouns but also verbs, adjectives, conjunctions, etc.; and it treats them all alike.)
4.026	Die Bedeutung der einfachen Zeichen (der Wörter) müssen uns erklärt werden, dass wir sie verstehen. Mit den Sätzen aber verständigen wir uns.	The meanings of simple signs (words) must be explained to us if we are to understand them. With propositions, however, we communicate.
4.027	Es liegt im Wesen des Satzes, dass er uns einen *neuen* Sinn mitteilen kann.	It belongs to the essence of a proposition that it can communicate a *new* sense to us.
4.03	Ein Satz muss mit alten Ausdrücken einen neuen Sinn mitteilen. Der Satz teilt uns eine Sachlage mit, also muss er *wesentlich* mit der Sachlage zusammenhängen. Und der Zusammenhang ist eben, dass er ihr logisches Bild ist. Der Satz sagt nur insoweit etwas aus, als er ein Bild ist.	A proposition must communicate a new sense with old expressions. A proposition communicates a situation to us, so it must be *essentially* connected with the situation. And the connection is precisely that it is its logical picture. A proposition asserts something only insofar as it is a picture.
4.031	Im Satz wird gleichsam eine Sachlage probeweise zusammengestellt. Man kann geradezu sagen: statt, dieser Satz hat diesen und diesen Sinn; dieser Satz stellt diese und diese Sachlage dar.	In a proposition a situation is, as it were, put together experimentally. Instead of saying: this proposition has such-and-such a sense, one can simply say: this proposition represents such-and-such a situation.
4.0311	Ein Name steht für ein Ding, ein anderer für ein anderes Ding und untereinander sind sie verbunden, so stellt das Ganze – wie ein lebendes Bild – den Sachverhalt vor.	One name stands for one thing, another for another thing, and they are connected with each other; in this way the whole—like a tableau vivant—presents the state of affairs.
4.0312	Die Möglichkeit des Satzes beruht auf dem Prinzip der Vertretung von Gegenständen durch Zeichen. Mein Grundgedanke ist, dass die „logischen Konstanten“ nicht vertreten. Dass sich die *Logik* der Tatsachen nicht vertreten lässt.	The possibility of propositions rests on the principle that signs stand in for objects. My fundamental thought is that the “logical constants” do not stand in for anything. That nothing can stand in for the *logic* of the facts.
4.032	Nur insoweit ist der Satz ein Bild der Sachlage, als er logisch gegliedert ist. (Auch der Satz: „ambulo“, ist zusammengesetzt, denn sein Stamm ergibt mit einer anderen Endung, und seine Endung mit einem anderen Stamm, einen anderen Sinn.)	A proposition is a picture of a situation only insofar as it is logically articulated. (Even the proposition “ambulo” [I walk] is composite, since its stem with a different ending, or its ending with a different stem, yields a different sense.)
4.04	Am Satz muss gerade soviel zu unterscheiden sein, als an der Sachlage, die er darstellt. Die beiden müssen die gleiche logische (mathematische) Mannigfaltigkeit besitzen. (Vergleiche Hertz’s „Mechanik,“ über Dynamische Modelle.)	In a proposition there must be exactly as much to distinguish as in the situation it represents. The two must have the same logical (mathematical) multiplicity. (Compare Hertz’s “Mechanics”, on dynamical models.)[3]

	GERMAN	ENGLISH
4.041	Diese mathematische Mannigfaltigkeit kann man natürlich nicht selbst wieder abbilden. Aus ihr kann man beim Abbilden nicht heraus.	This mathematical multiplicity cannot itself, of course, be depicted in turn. In depicting, one cannot get outside it.
4.0411	Wollten wir z. B. das, was wir durch „(x).fx“ ausdrücken, durch Vorsetzen eines Indexes vor „fx“ ausdrücken – etwa so: „Alg.fx“ – es würde nicht genügen – wir wüssten nicht, was verallgemeinert wurde. Wollten wir es durch einen Index „$_a$“ anzeigen – etwa so: „$f(x_a)$“ – es würde auch nicht genügen – wir wüssten nicht den Bereich der Allgemeinheitsbezeichnung. Wollten wir es durch Einführung einer Marke in die Argumentstellen versuchen – etwa so: „(A, A). F(A, A)“ – es würde nicht genügen – wir könnten die Identität der Variablen nicht feststellen. U.s.w. Alle diese Bezeichnungsweisen genügen nicht, weil sie nicht die notwendige mathematische Mannigfaltigkeit haben.	Suppose, for example, we wanted to express what we express by “(x).fx” by putting an index in front of “fx”—for instance like this: “Alg.fx”. It would not be enough: we would not know what had been generalized. Suppose we wanted to indicate it by a subscript “$_a$”—for instance like this: “$f(x_a)$”. That would not be enough either: we would not know the scope of the generality sign. Suppose we tried to do it by introducing a marker into the argument places—for instance like this: “(A, A). F(A, A)”. It would not be enough: we could not establish the identity of the variables. And so on. None of these modes of signifying is enough, because they do not have the necessary mathematical multiplicity.[4]
4.0412	Aus demselben Grunde genügt die idealistische Erklärung des Sehens der räumlichen Beziehungen durch die „Raumbrille“ nicht, weil sie nicht die Mannigfaltigkeit dieser Beziehungen erklären kann.	For the same reason, the idealist explanation of how we see spatial relations, through “spatial spectacles”, is not enough, because it cannot explain the multiplicity of these relations.
4.05	Die Wirklichkeit wird mit dem Satz verglichen.	Reality is compared with the proposition.
4.06	Nur dadurch kann der Satz wahr oder falsch sein, indem er ein Bild der Wirklichkeit ist.	A proposition can be true or false only by being a picture of reality.
4.061	Beachtet man nicht, dass der Satz einen von den Tatsachen unabhängigen Sinn hat, so kann man leicht glauben, dass wahr und falsch gleichberechtigte Beziehungen von Zeichen und Bezeichnetem sind. Man könnte dann z. B. sagen, dass „p“ auf die wahre Art bezeichnet, was „~p“ auf die falsche Art, etc.	If one overlooks the fact that a proposition has a sense independent of the facts, one can easily believe that true and false are relations of equal standing between signs and what they signify. One could then say, for example, that “p” signifies in the true way what “~p” signifies in the false way, etc.
4.062	Kann man sich nicht mit falschen Sätzen, wie bisher mit wahren, verständigen? Solange man nur weiß, dass sie falsch gemeint sind. Nein! Denn, wahr ist ein Satz, wenn es sich so verhält, wie wir es durch ihn sagen; und wenn wir mit „p“ ~p meinen, und es sich so verhält wie wir es meinen, so ist „p“ in der neuen Auffassung wahr und nicht falsch.	Can we not make ourselves understood with false propositions, as we have so far done with true ones? So long as it is known that they are meant as false? No! For a proposition is true if things are as we say they are by means of it; and if by “p” we mean ~p, and things are as we mean them to be, then in the new interpretation “p” is true and not false.

3 Heinrich Hertz (1857–1894), German physicist; his *Principles of Mechanics* (1894) discusses how one system can serve as a model of another.
4 “Alg.” abbreviates German *allgemein*, “general”.

	GERMAN	ENGLISH
4.0621	Dass aber die Zeichen „p“ und „~p“ das gleiche sagen *können*, ist wichtig. Denn es zeigt, dass dem Zeichen „~“ in der Wirklichkeit nichts entspricht. Dass in einem Satz die Verneinung vorkommt, ist noch kein Merkmal seines Sinnes (~~p = p). Die Sätze „p“ und „~p“ haben entgegengesetzten Sinn, aber es entspricht ihnen eine und dieselbe Wirklichkeit.	But it is important that the signs “p” and “~p” *can* say the same thing. For this shows that nothing in reality corresponds to the sign “~”. That negation occurs in a proposition is not yet a characteristic of its sense (~~p = p). The propositions “p” and “~p” have opposite senses, but one and the same reality corresponds to them.
4.063	Ein Bild zur Erklärung des Wahrheitsbegriffes: Schwarzer Fleck auf weißem Papier; die Form des Fleckes kann man beschreiben, indem man für jeden Punkt der Fläche angibt, ob er weiß oder schwarz ist. Der Tatsache, dass ein Punkt schwarz ist, entspricht eine positive – der, dass ein Punkt weiß (nicht schwarz) ist, eine negative Tatsache. Bezeichne ich einen Punkt der Fläche (einen Fregeschen Wahrheitswert), so entspricht dies der Annahme, die zur Beurteilung aufgestellt wird, etc. etc. Um aber sagen zu können, ein Punkt sei schwarz oder weiß, muss ich vorerst wissen, wann man einen Punkt schwarz und wann man ihn weiß nennt; um sagen zu können: „p“ ist wahr (oder falsch), muss ich bestimmt haben, unter welchen Umständen ich „p“ wahr nenne, und damit bestimme ich den Sinn des Satzes. Der Punkt, an dem das Gleichnis hinkt ist nun der: Wir können auf einen Punkt des Papiers zeigen, auch ohne zu wissen, was weiß und schwarz ist; einem Satz ohne Sinn aber entspricht gar nichts, denn er bezeichnet kein Ding (Wahrheitswert) dessen Eigenschaften etwa „falsch“ oder „wahr“ hießen; das Verbum eines Satzes ist nicht „ist wahr“ oder „ist falsch“ – wie Frege glaubte –, sondern das, was „wahr ist“, muss das Verbum schon enthalten.	A picture to explain the concept of truth: a black spot on white paper. One can describe the shape of the spot by stating, for each point on the surface, whether it is white or black. To the fact that a point is black there corresponds a positive fact; to the fact that a point is white (not black), a negative fact. If I designate a point on the surface (a Fregean truth-value), this corresponds to the supposition that is put forward for judgment, etc., etc. But to be able to say that a point is black or white, I must first know when a point is called black and when it is called white; to be able to say: “p” is true (or false), I must have determined under what circumstances I call “p” true, and in doing so I determine the sense of the proposition. Now the point where the analogy breaks down is this: we can point to a point on the paper even without knowing what white and black are; but to a proposition without sense nothing at all corresponds, for it does not signify a thing (a truth-value) whose properties might be called “false” or “true”. The verb of a proposition is not “is true” or “is false”, as Frege thought; rather, what “is true” must already contain the verb.
4.064	Jeder Satz muss *schon* einen Sinn haben; die Bejahung kann ihn ihm nicht geben, denn sie bejaht ja gerade den Sinn. Und dasselbe gilt von der Verneinung, etc.	Every proposition must *already* have a sense; affirmation cannot give it one, for what it affirms is precisely the sense. And the same holds for negation, etc.
4.0641	Man könnte sagen: Die Verneinung bezieht sich schon auf den logischen Ort, den der verneinte Satz bestimmt. Der verneinende Satz bestimmt einen *anderen* logischen Ort als der verneinte. Der verneinende Satz bestimmt einen logischen Ort mit Hilfe des logischen Ortes des verneinten Satzes, indem er jenen als außerhalb diesem liegend beschreibt. Dass man den verneinten Satz wieder verneinen kann, zeigt schon, dass das, was verneint wird, schon ein Satz und nicht erst die Vorbereitung zu einem Satze ist.	One could say: negation already relates to the logical place determined by the negated proposition. The negating proposition determines a *different* logical place from the negated one. The negating proposition determines a logical place with the help of the logical place of the negated proposition, by describing it as lying outside the latter.

	GERMAN	ENGLISH
		That one can negate the negated proposition again already shows that what is negated is already a proposition, and not merely the preparation for a proposition.
4.1	Der Satz stellt das Bestehen und Nichtbestehen der Sachverhalte dar.	A proposition represents the obtaining and non-obtaining of states of affairs.
4.11	Die Gesamtheit der wahren Sätze ist die gesamte Naturwissenschaft (oder die Gesamtheit der Naturwissenschaften).	The totality of true propositions is the whole of natural science (or the totality of the natural sciences).
4.111	Die Philosophie ist keine der Naturwissenschaften. (Das Wort „Philosophie“ muss etwas bedeuten, was über oder unter, aber nicht neben den Naturwissenschaften steht.)	Philosophy is not one of the natural sciences. (The word “philosophy” must mean something that stands above or below the natural sciences, but not beside them.)
4.112	Der Zweck der Philosophie ist die logische Klärung der Gedanken. Die Philosophie ist keine Lehre, sondern eine Tätigkeit. Ein philosophisches Werk besteht wesentlich aus Erläuterungen. Das Resultat der Philosophie sind nicht „philosophische Sätze“, sondern das Klarwerden von Sätzen. Die Philosophie soll die Gedanken, die sonst, gleichsam, trübe und verschwommen sind, klar machen und scharf abgrenzen.	The aim of philosophy is the logical clarification of thoughts. Philosophy is not a body of doctrine but an activity. A philosophical work consists essentially of elucidations. The result of philosophy is not “philosophical propositions”, but the clarification of propositions. Philosophy should make clear, and sharply delimit, thoughts that are otherwise, as it were, murky and blurred.
4.1121	Die Psychologie ist der Philosophie nicht verwandter als irgend eine andere Naturwissenschaft. Erkenntnistheorie ist die Philosophie der Psychologie. Entspricht nicht mein Studium der Zeichensprache dem Studium der Denkprozesse, welches die Philosophen für die Philosophie der Logik für so wesentlich hielten? Nur verwickelten sie sich meistens in unwesentliche psychologische Untersuchungen und eine analoge Gefahr gibt es auch bei meiner Methode.	Psychology is no more closely related to philosophy than any other natural science is. Theory of knowledge is the philosophy of psychology. Does not my study of sign-language correspond to the study of thought processes that philosophers held to be so essential to the philosophy of logic? Only they mostly got entangled in inessential psychological investigations, and there is an analogous danger with my method too.
4.1122	Die Darwinsche Theorie hat mit der Philosophie nicht mehr zu schaffen als irgendeine andere Hypothese der Naturwissenschaft.	Darwin’s theory has no more to do with philosophy than any other hypothesis of natural science.
4.113	Die Philosophie begrenzt das bestreitbare Gebiet der Naturwissenschaft.	Philosophy sets limits to the disputable territory of natural science.
4.114	Sie soll das Denkbare abgrenzen und damit das Undenkbare.	It should delimit the thinkable, and with it the unthinkable.

	GERMAN	ENGLISH
	Sie soll das Undenkbare von innen durch das Denkbare begrenzen.	It should limit the unthinkable from within, by means of the thinkable.
4.115	Sie wird das Unsagbare bedeuten, indem sie das Sagbare klar darstellt.	It will signify what cannot be said by representing clearly what can be said.
4.116	Alles was überhaupt gedacht werden kann, kann klar gedacht werden. Alles, was sich aussprechen lässt, lässt sich klar aussprechen.	Everything that can be thought at all can be thought clearly. Everything that can be put into words can be put into words clearly.
4.12	Der Satz kann die gesamte Wirklichkeit darstellen, aber er kann nicht das darstellen, was er mit der Wirklichkeit gemein haben muss, um sie darstellen zu können – die logische Form. Um die logische Form darstellen zu können, müssten wir uns mit dem Satze außerhalb der Logik aufstellen können, das heißt außerhalb der Welt.	A proposition can represent the whole of reality, but it cannot represent what it must have in common with reality in order to be able to represent it —logical form. To be able to represent logical form, we would have to be able to station ourselves, together with the proposition, outside logic—that is, outside the world.
4.121	Der Satz kann die logische Form nicht darstellen, sie spiegelt sich in ihm. Was sich in der Sprache spiegelt, kann sie nicht darstellen. Was *sich* in der Sprache ausdrückt, können *wir* nicht durch sie ausdrücken. Der Satz *zeigt* die logische Form der Wirklichkeit. Er weist sie auf.	A proposition cannot represent logical form; logical form is mirrored in it. What is mirrored in language, language cannot represent. What expresses *itself* in language, *we* cannot express by means of language. A proposition *shows* the logical form of reality. It displays it.
4.1211	So zeigt ein Satz „fa“, dass in seinem Sinn der Gegenstand a vorkommt, zwei Sätze „fa“ und „ga“, dass in ihnen beiden von demselben Gegenstand die Rede ist. Wenn zwei Sätze einander widersprechen, so zeigt dies ihre Struktur; ebenso, wenn einer aus dem anderen folgt. U.s.w.	Thus a proposition “fa” shows that the object a occurs in its sense; two propositions “fa” and “ga” show that they are both about the same object. If two propositions contradict each other, their structure shows it; likewise if one follows from the other. And so on.
4.1212	Was gezeigt werden *kann*, *kann* nicht gesagt werden.	What *can* be shown *cannot* be said.
4.1213	Jetzt verstehen wir auch unser Gefühl: dass wir im Besitze einer richtigen logischen Auffassung seien, wenn nur einmal alles in unserer Zeichensprache stimmt.	Now we also understand our feeling that we possess a correct logical conception once everything in our sign-language is in order.
4.122	Wir können in gewissem Sinne von formalen Eigenschaften der Gegenstände und Sachverhalte bezw. von Eigenschaften der Struktur der Tatsachen reden, und in demselben Sinne von formalen Relationen und Relationen von Strukturen. (Statt Eigenschaft der Struktur sage ich auch „interne Eigenschaft“; statt Relation der Strukturen „interne Relation“. Ich führe diese Ausdrücke ein, um den Grund der bei den Philosophen sehr verbreiteten Verwechslung zwischen	In a certain sense we can speak of formal properties of objects and states of affairs, or of properties of the structure of facts, and in the same sense of formal relations and of relations of structures. (Instead of “property of the structure” I also say “internal property”; instead of “relation of the structures”, “internal relation”. I introduce these expressions in order to show the source of the confusion, very widespread among

	GERMAN	ENGLISH
	den internen Relationen und den eigentlichen (externen) Relationen zu zeigen.)	philosophers, between internal relations and relations proper (external relations).)
	Das Bestehen solcher interner Eigenschaften und Relationen kann aber nicht durch Sätze behauptet werden, sondern es zeigt sich in den Sätzen, welche jene Sachverhalte darstellen und von jenen Gegenständen handeln.	The obtaining of such internal properties and relations cannot, however, be asserted by propositions; rather, it shows itself in the propositions that represent those states of affairs and are about those objects.
4.1221	Eine interne Eigenschaft einer Tatsache können wir auch einen Zug dieser Tatsache nennen. (In dem Sinn, in welchem wir etwa von Gesichtszügen sprechen.)	An internal property of a fact can also be called a feature of that fact. (In the sense in which we speak of facial features, for example.)
4.123	Eine Eigenschaft ist intern, wenn es undenkbar ist, dass ihr Gegenstand sie nicht besitzt.	A property is internal if it is unthinkable that its object should not possess it.
	(Diese blaue Farbe und jene stehen in der internen Relation von heller und dunkler eo ipso. Es ist undenkbar, dass *diese* beiden Gegenstände nicht in dieser Relation stünden.)	(This shade of blue and that one stand, eo ipso [by that very fact], in the internal relation of lighter and darker. It is unthinkable that *these* two objects should not stand in this relation.)
	(Hier entspricht dem schwankenden Gebrauch der Worte „Eigenschaft“ und „Relation“ der schwankende Gebrauch des Wortes „Gegenstand“.)	(Here the shifting use of the words “property” and “relation” corresponds to the shifting use of the word “object”.)
4.124	Das Bestehen einer internen Eigenschaft einer möglichen Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern es drückt sich in dem sie darstellenden Satz durch eine interne Eigenschaft dieses Satzes aus.	The obtaining of an internal property of a possible situation is not expressed by a proposition; rather, it expresses itself in the proposition that represents the situation, through an internal property of that proposition.
	Es wäre ebenso unsinnig, dem Satze eine formale Eigenschaft zuzusprechen, als sie ihm abzusprechen.	It would be just as nonsensical to ascribe a formal property to a proposition as to deny it that property.
4.1241	Formen kann man nicht dadurch voneinander unterscheiden, dass man sagt, die eine habe diese, die andere aber jene Eigenschaft; denn dies setzt voraus, dass es einen Sinn habe, beide Eigenschaften von beiden Formen auszusagen.	Forms cannot be distinguished from one another by saying that one has this property and the other that one; for this presupposes that it makes sense to assert either property of either form.
4.125	Das Bestehen einer internen Relation zwischen möglichen Sachlagen drückt sich sprachlich durch eine interne Relation zwischen den sie darstellenden Sätzen aus.	The obtaining of an internal relation between possible situations is expressed in language by an internal relation between the propositions that represent them.
4.1251	Hier erledigt sich nun die Streitfrage, „ob alle Relationen intern oder extern seien“.	This now settles the disputed question “whether all relations are internal or external”.
4.1252	Reihen, welche durch *interne* Relationen geordnet sind, nenne ich Formenreihen.	Series that are ordered by *internal* relations I call series of forms.
	Die Zahlenreihe ist nicht nach einer externen, sondern nach einer internen Relation geordnet.	The number series is ordered not by an external relation but by an internal one.
	Ebenso die Reihe der Sätze „aRb“,	Likewise the series of propositions “aRb”,
	„(∃x):aRx . xRb“,	“(∃x):aRx . xRb”,

	GERMAN	ENGLISH
	„(∃x,y):aRx . xRy . yRb“, u. s. f.	“(∃x,y):aRx . xRy . yRb”, and so on.
	(Steht b in einer dieser Beziehungen zu a, so nenne ich b einen Nachfolder von a.)	(If b stands in one of these relations to a, I call b a successor of a.)
4.126	In dem Sinne, in welchem wir von formalen Eigenschaften sprechen, können wir nun auch von formalen Begriffen reden.	In the sense in which we speak of formal properties, we can now also speak of formal concepts.
	(Ich führe diesen Ausdruck ein, um den Grund der Verwechslung der formalen Begriffe mit den eigentlichen Begriffen, welche die ganze alte Logik durchzieht, klar zu machen.)	(I introduce this expression in order to make clear the source of the confusion between formal concepts and concepts proper, which runs through the whole of the old logic.)
	Dass etwas unter einen formalen Begriff als dessen Gegenstand fällt, kann nicht durch einen Satz ausgedrückt werden. Sondern es zeigt sich an dem Zeichen dieses Gegenstandes selbst. (Der Name zeigt, dass er einen Gegenstand bezeichnet, das Zahlenzeichen, dass es eine Zahl bezeichnet etc.)	That something falls under a formal concept as its object cannot be expressed by a proposition. Instead, it shows itself in the sign for this object itself. (A name shows that it signifies an object, a numeral that it signifies a number, etc.)
	Die formalen Begriffe können ja nicht, wie die eigentlichen Begriffe, durch eine Funktion dargestellt werden.	Formal concepts, after all, cannot be represented by a function, as concepts proper can.
	Denn ihre Merkmale, die formalen Eigenschaften, werden nicht durch Funktionen ausgedrückt.	For their characteristics, the formal properties, are not expressed by functions.
	Der Ausdruck der formalen Eigenschaft ist ein Zug gewisser Symbole.	The expression of a formal property is a feature of certain symbols.
	Das Zeichen der Merkmale eines formalen Begriffes ist also ein charakteristischer Zug aller Symbole, deren Bedeutungen unter den Begriff fallen.	So the sign for the characteristics of a formal concept is a distinctive feature of all symbols whose meanings fall under the concept.
	Der Ausdruck des formalen Begriffes also, eine Satzvariable, in welcher nur dieser charakteristische Zug konstant ist.	So the expression of a formal concept is a propositional variable in which only this distinctive feature is constant.
4.127	Die Satzvariable bezeichnet den formalen Begriff und ihre Werte die Gegenstände, welche unter diesen Begriff fallen.	The propositional variable signifies the formal concept, and its values signify the objects that fall under this concept.
4.1271	Jede Variable ist das Zeichen eines formalen Begriffes.	Every variable is the sign of a formal concept.
	Denn jede Variable stellt eine konstante Form dar, welche alle ihre Werte besitzen, und die als formale Eigenschaft dieser Werte aufgefasst werden kann.	For every variable represents a constant form that all its values possess, and that can be construed as a formal property of these values.
4.1272	So ist der variable Name „x“ das eigentliche Zeichen des Scheinbegriffes *Gegenstand*.	Thus the variable name “x” is the proper sign of the pseudo-concept *object*.
	Wo immer das Wort „Gegenstand“ („Ding“, „Sache“, etc.) richtig gebraucht wird, wird es in der Begriffsschrift durch den variablen Namen ausgedrückt.	Wherever the word “object” (“thing”, “item”, etc.) is used correctly, it is expressed in concept-script by the variable name.
	Zum Beispiel in dem Satz „es gibt 2 Gegenstände, welche …“ durch „(∃x,y) …“.	For example, in the proposition “there are 2 objects which …” by “(∃x,y) …”.
	Wo immer es anders, also als eigentliches Begriffswort gebraucht wird, entstehen unsinnige Scheinsätze.	

	GERMAN	ENGLISH
	So kann man z. B. nicht sagen „Es gibt Gegenstände“, wie man etwa sagt: „Es gibt Bücher“. Und ebenso wenig: „Es gibt 100 Gegenstände“, oder „Es gibt $\aleph_0$ Gegenstände“. Und es ist unsinnig, von der *Anzahl aller Gegenstände* zu sprechen. Dasselbe gilt von den Worten „Komplex“, „Tatsache“, „Funktion“, „Zahl“, etc. Sie alle bezeichnen formale Begriffe und werden in der Begriffsschrift durch Variable, nicht durch Funktionen oder Klassen dargestellt. (Wie Frege und Russell glaubten.) Ausdrücke wie „1 ist eine Zahl“, „es gibt nur Eine Null“ und alle ähnlichen sind unsinnig. (Es ist ebenso unsinnig zu sagen: „es gibt nur eine 1“, als es unsinnig wäre, zu sagen: 2 + 2 ist um 3 Uhr gleich 4.)	Wherever it is used otherwise, that is, as a concept-word proper, nonsensical pseudo-propositions arise. So one cannot say, for example, “There are objects”, as one might say “There are books”. Nor, likewise, “There are 100 objects” or “There are $\aleph_0$ objects”. And it is nonsensical to speak of the *number of all objects*. The same holds for the words “complex”, “fact”, “function”, “number”, etc. They all signify formal concepts and are represented in concept-script by variables, not by functions or classes. (As Frege and Russell believed.) Expressions such as “1 is a number”, “there is only one zero”, and all similar ones are nonsensical. (It is just as nonsensical to say “there is only one 1” as it would be to say: 2 + 2 at 3 o’clock equals 4.)
4.12721	Der formale Begriff ist mit einem Gegenstand, der unter ihn fällt, bereits gegeben. Man kann also nicht Gegenstände eines formalen Begriffes *und* den formalen Begriff selbst als Grundbegriffe einführen. Man kann also z. B. nicht den Begriff der Funktion, und auch spezielle Funktionen (wie Russell) als Grundbegriffe einführen; oder den Begriff der Zahl und bestimmte Zahlen.	A formal concept is already given with an object that falls under it. So one cannot introduce both objects of a formal concept *and* the formal concept itself as primitive concepts. So one cannot, for example, introduce as primitive concepts both the concept of a function and particular functions (as Russell does); or the concept of number and particular numbers.
4.1273	Wollen wir den allgemeinen Satz: „b ist ein Nachfolger von a“ in der Begriffsschrift ausdrücken, so brauchen wir hierzu einen Ausdruck für das allgemeine Glied der Formenreihe: aRb, (∃x):aRx . xRb, (∃x,y):aRx . xRy . yRb, ... Das allgemeine Glied einer Formenreihe kann man nur durch eine Variable ausdrücken, denn der Begriff: Glied dieser Formenreihe, ist ein *formaler* Begriff. (Dies haben Frege und Russell übersehen; die Art und Weise, wie sie allgemeine Sätze wie den obigen ausdrücken wollen, ist daher falsch; sie enthält einen circulus vitiosus.) Wir können das allgemeine Glied der Formenreihe bestimmen, indem wir ihr erstes Glied angeben und die allgemeine Form der Operation, welche das folgende Glied aus dem vorhergehenden Satz erzeugt.	If we want to express the general proposition “b is a successor of a” in concept-script, we need for this an expression for the general term of the series of forms: aRb, (∃x):aRx . xRb, (∃x,y):aRx . xRy . yRb, ... The general term of a series of forms can be expressed only by a variable, because the concept “term of this series of forms” is a *formal* concept. (Frege and Russell overlooked this; the way in which they want to express general propositions like the one above is therefore wrong; it contains a circulus vitiosus [vicious circle].) We can determine the general term of the series of forms by giving its first term and the general form of the operation that generates the next term from the preceding proposition.

	GERMAN	ENGLISH
4.1274	Die Frage nach der Existenz eines formalen Begriffes ist unsinnig. Denn kein Satz kann eine solche Frage beantworten. (Man kann also z. B. nicht fragen: „Gibt es unanalysierbare Subjekt-Prädikatsätze?“)	The question whether a formal concept exists is nonsensical. For no proposition can answer such a question. (So one cannot ask, for example: “Are there unanalyzable subject–predicate propositions?”)
4.128	Die logischen Formen sind zah*llos*. Darum gibt es in der Logik keine ausgezeichneten Zahlen und darum gibt es keinen philosophischen Monismus oder Dualismus, etc.	Logical forms are number*less*. That is why there are no privileged numbers in logic, and why there is no philosophical monism or dualism, etc.
4.2	Der Sinn des Satzes ist seine Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte.	The sense of a proposition is its agreement and disagreement with the possibilities of the obtaining and non-obtaining of states of affairs.
4.21	Der einfachste Satz, der Elementarsatz, behauptet das Bestehen eines Sachverhaltes.	The simplest proposition, the elementary proposition, asserts the obtaining of a state of affairs.
4.211	Ein Zeichen des Elementarsatzes ist es, dass kein Elementarsatz mit ihm in Widerspruch stehen kann.	It is a sign of an elementary proposition that no elementary proposition can contradict it.
4.22	Der Elementarsatz besteht aus Namen. Er ist ein Zusammenhang, eine Verkettung, von Namen.	An elementary proposition consists of names. It is a nexus, a concatenation, of names.
4.221	Es ist offenbar, dass wir bei der Analyse der Sätze auf Elementarsätze kommen müssen, die aus Namen in unmittelbarer Verbindung bestehen. Es frägt sich hier, wie kommt der Satzverband zustande.	It is obvious that in analyzing propositions we must arrive at elementary propositions consisting of names in immediate combination. The question here is how the propositional bond comes about.
4.2211	Auch wenn die Welt unendlich komplex ist, so dass jede Tatsache aus unendlich vielen Sachverhalten besteht und jeder Sachverhalt aus unendlich vielen Gegenständen zusammengesetzt ist, auch dann müsste es Gegenstände und Sachverhalte geben.	Even if the world is infinitely complex, so that every fact consists of infinitely many states of affairs and every state of affairs is composed of infinitely many objects, even then there would have to be objects and states of affairs.
4.23	Der Name kommt im Satz nur im Zusammenhange des Elementarsatzes vor.	A name occurs in a proposition only in the context of an elementary proposition.
4.24	Die Namen sind die einfachen Symbole, ich deute sie durch einzelne Buchstaben („x“, „y“, „z“) an. Den Elementarsatz schreibe ich als Funktion der Namen in der Form: „fx“, „φ(x,y)“, etc. Oder ich deute ihn durch die Buchstaben p, q, r an.	Names are the simple symbols; I indicate them by single letters (“x”, “y”, “z”). I write the elementary proposition as a function of names, in the form “fx”, “ϕ(x,y)”, etc. Or I indicate it by the letters p, q, r.
4.241	Gebrauche ich zwei Zeichen in ein und derselben Bedeutung, so drücke ich dies aus, indem ich zwischen beide das Zeichen „=“ setze. „a = b“ heißt also: das Zeichen „a“ ist durch das Zeichen „b“ ersetzbar.	If I use two signs with one and the same meaning, I express this by putting the sign “=” between them. So “a = b” means: the sign “a” can be replaced by the sign “b”.

	GERMAN	ENGLISH
	(Führe ich durch eine Gleichung ein neues Zeichen „b“ ein, indem ich bestimme, es solle ein bereits bekanntes Zeichen „a“ ersetzen, so schreibe ich die Gleichung – Definition – (wie Russell) in der Form „a = b Def.“. Die Definition ist eine Zeichenregel.)	(If I introduce a new sign “b” by means of an equation, stipulating that it is to replace an already known sign “a”, I write the equation—the definition—(as Russell does) in the form “a = b Def.”. A definition is a rule about signs.)
4.242	Ausdrücke von der Form „a = b“ sind also nur Behelfe der Darstellung; sie sagen nichts über die Bedeutung der Zeichen „a“, „b“ aus.	So expressions of the form “a = b” are merely aids to representation; they say nothing about the meaning of the signs “a” and “b”.
4.243	Können wir zwei Namen verstehen, ohne zu wissen, ob sie dasselbe Ding oder zwei verschiedene Dinge bezeichnen? – Können wir einen Satz, worin zwei Namen vorkommen, verstehen, ohne zu wissen, ob sie Dasselbe oder Verschiedenes bedeuten? Kenne ich etwa die Bedeutung eines englischen und eines gleichbedeutenden deutschen Wortes, so ist es unmöglich, dass ich nicht weiß, dass die beiden gleichbedeutend sind; es ist unmöglich, dass ich sie nicht ineinander übersetzen kann. Ausdrücke wie „a = a“, oder von diesen abgeleitete, sind weder Elementarsätze, noch sonst sinnvolle Zeichen. (Dies wird sich später zeigen.)	Can we understand two names without knowing whether they signify the same thing or two different things?—Can we understand a proposition in which two names occur without knowing whether they mean the same or something different? If I know, say, the meaning of an English word and of a German word that means the same, it is impossible for me not to know that the two mean the same; it is impossible for me not to be able to translate them into each other. Expressions like “a = a”, or ones derived from them, are neither elementary propositions nor signs with sense of any other kind. (This will show itself later.)
4.25	Ist der Elementarsatz wahr, so besteht der Sachverhalt; ist der Elementarsatz falsch, so besteht der Sachverhalt nicht.	If the elementary proposition is true, the state of affairs obtains; if the elementary proposition is false, the state of affairs does not obtain.
4.26	Die Angabe aller wahren Elementarsätze beschreibt die Welt vollständig. Die Welt ist vollständig beschrieben durch die Angaben aller Elementarsätze plus der Angabe, welche von ihnen wahr und welche falsch sind.	Specifying all true elementary propositions describes the world completely. The world is completely described by specifying all elementary propositions plus specifying which of them are true and which are false.
4.27	Bezüglich des Bestehens und Nichtbestehens von n Sachverhalten gibt es $K_n = \Sigma_{\nu=0}^{n} (n \nu)$ Möglichkeiten. Es können alle Kombinationen der Sachverhalte bestehen, die andern nicht bestehen.	With regard to the obtaining and non-obtaining of n states of affairs, there are $K_n = \sum_{\nu=0}^{n} (n \nu)$ possibilities. Any combination of the states of affairs can obtain while the others do not obtain.
4.28	Diesen Kombinationen entsprechen ebenso viele Möglichkeiten der Wahrheit – und Falschheit – von n Elementarsätzen.	To these combinations correspond the same number of possibilities of truth—and falsity—of n elementary propositions.
4.3	Die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze bedeuten die Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte.	The truth-possibilities of elementary propositions mean the possibilities of the obtaining and non-obtaining of states of affairs.
4.31	Die Wahrheitsmöglichkeiten können wir durch Schemata folgender Art darstellen („W“ bedeutet „wahr“, „F“, „falsch“. Die Reihen der „W“ und „F“ unter der Reihe der	We can represent the truth-possibilities by schemata of the following kind (“W” means “true”,

	GERMAN	ENGLISH
	Elementarsätze bedeuten in leichtverständlicher Symbolik deren Wahrheitsmöglichkeiten): p q r W W W F W W W F W W W F F F W F W F W F F F F F p q W W F W W F F F p W F	"F" "false". The rows of "W"s and "F"s under the row of elementary propositions signify their truth-possibilities in an easily understood symbolism): p q r W W W F W W W F W W W F F F W F W F W F F F F F p q W W F W W F F F p W F[5]
4.4	Der Satz ist der Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze.	A proposition is the expression of agreement and disagreement with the truth-possibilities of elementary propositions.
4.41	Die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze sind die Bedingungen der Wahrheit und Falschheit der Sätze.	The truth-possibilities of elementary propositions are the conditions of the truth and falsity of propositions.
4.411	Es ist von vornherein wahrscheinlich, dass die Einführung der Elementarsätze für das Verständnis aller anderen Satzarten grundlegend ist. Ja, das Verständnis der allgemeinen Sätze hängt *fühlbar* von dem der Elementarsätze ab.	It is likely from the outset that the introduction of elementary propositions is fundamental to the understanding of all other kinds of proposition. Indeed, the understanding of general propositions *palpably* depends on that of elementary propositions.
4.42	Bezüglich der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung eines Satzes mit den Wahrheitsmöglichkeiten von n Elementarsätzen gibt es $\Sigma_{\kappa=0}^{K_n} (K_n\ \kappa) = L_n$ Möglichkeiten.	With regard to a proposition's agreement and disagreement with the truth-possibilities of n elementary propositions, there are $\Sigma_{\kappa=0}^{K_n} (K_n\ \kappa) = L_n$ possibilities.
4.43	Die Übereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten können wir dadurch ausdrücken, indem wir ihnen im Schema etwa das Abzeichen „W" (wahr) zuordnen.	We can express agreement with truth-possibilities by assigning to them in the schema, say, the mark "W" (true).

5 "W" and "F" abbreviate German *wahr* (true) and *falsch* (false); the original notation is kept throughout.

	GERMAN	ENGLISH
	Das Fehlen dieses Abzeichens bedeutet die Nichtübereinstimmung.	The absence of this mark means disagreement.
4.431	Der Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze drückt die Wahrheitsbedingungen des Satzes aus. Der Satz ist der Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen. (Frege hat sie daher ganz richtig als Erklärung der Zeichen seiner Begriffsschrift vorausgeschickt. Nur ist die Erklärung des Wahrheitsbegriffes bei Frege falsch: Wären „das Wahre“ und „das Falsche“ wirklich Gegenstände und die Argumente in ~p etc. dann wäre nach Freges Bestimmung der Sinn von „~p“ keineswegs bestimmt.)	The expression of agreement and disagreement with the truth-possibilities of elementary propositions expresses the truth-conditions of the proposition. A proposition is the expression of its truth-conditions. (Frege was therefore quite right to put them first, as an explanation of the signs of his concept-script. Only Frege's explanation of the concept of truth is wrong: if "the True" and "the False" really were objects, and were the arguments in ~p etc., then by Frege's own stipulation the sense of "~p" would not be determined at all.)
4.44	Das Zeichen, welches durch die Zuordnung jener Abzeichen „W“ und der Wahrheitsmöglichkeiten entsteht, ist ein Satzzeichen.	The sign that results from correlating those marks "W" with the truth-possibilities is a propositional sign.
4.441	Es ist klar, dass dem Komplex der Zeichen „F“ und „W“ kein Gegenstand (oder Komplex von Gegenständen) entspricht; so wenig, wie den horizontalen und vertikalen Strichen oder den Klammern. – „Logische Gegenstände“ gibt es nicht. Analoges gilt natürlich für alle Zeichen, die dasselbe ausdrücken wie die Schemata der „W“ und „F“.	It is clear that no object (or complex of objects) corresponds to the complex of the signs "F" and "W", any more than to the horizontal and vertical lines or to the brackets.—There are no "logical objects". Something analogous of course holds for all signs that express the same as the schemata of "W"s and "F"s.
4.442	Es ist z. B.: „p q W W W F W W W F F F W“ ein Satzzeichen. (Frege's „Urteilsstrich“ „⊢“ ist logisch ganz bedeutunglos; er zeigt bei Frege (und Russell) nur an, dass diese Autoren die so bezeichneten Sätze für wahr halten. „⊢“ gehört daher ebenso wenig zum Satzgefüge, wie etwa die Nummer des Satzes. Ein Satz kann unmöglich von sich selbst aussagen, dass er wahr ist.) Ist die Reihenfolge der Wahrheitsmöglichkeiten im Schema durch eine Kombinationsregel ein für allemal festgesetzt, dann ist die letzte Kolonne allein schon ein Ausdruck der Wahrheitsbedingungen. Schreiben wir diese Kolonne als Reihe hin, so wird das Satzzeichen zu „(WW–W) (p, q)“	For example, "p q W W W F W W W F F F W" is a propositional sign. (Frege's "judgment stroke" "⊢" is logically quite meaningless; in Frege (and Russell) it merely indicates that these authors hold the propositions so marked to be true. "⊢" therefore belongs to the structure of the proposition no more than, say, the proposition's number does. A proposition cannot possibly say of itself that it is true.) If the order of the truth-possibilities in the schema is fixed once and for all by a rule of combination, then the last column by itself is already an expression of the truth-conditions. If we write this

	GERMAN	ENGLISH
	oder deutlicher „(WWFW) (p, q)“. (Die Anzahl der Stellen in der linken Klammer ist durch die Anzahl der Glieder in der rechten bestimmt.)	column out as a row, the propositional sign becomes “(WW–W) (p, q)” or, more clearly, “(WWFW) (p, q)”. (The number of places in the left-hand bracket is determined by the number of terms in the right-hand one.)
4.45	Für n Elementarsätze gibt es L_n mögliche Gruppen von Wahrheitsbedingungen. Die Gruppen von Wahrheitsbedingungen, welche zu den Wahrheitsmöglichkeiten einer Anzahl von Elementarsätzen gehören, lassen sich in eine Reihe ordnen.	For n elementary propositions there are L_n possible groups of truth-conditions. The groups of truth-conditions that belong to the truth-possibilities of a given number of elementary propositions can be arranged in a series.
4.46	Unter den möglichen Gruppen von Wahrheitsbedingungen gibt es zwei extreme Fälle. In dem einen Fall ist der Satz für sämtliche Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze wahr. Wir sagen, die Wahrheitsbedingungen sind *tautologisch*. Im zweiten Fall ist der Satz für sämtliche Wahrheitsmöglichkeiten falsch: Die Wahrheitsbedingungen sind *kontradiktorisch*. Im ersten Fall nennen wir den Satz eine Tautologie, im zweiten Fall eine Kontradiktion.	Among the possible groups of truth-conditions there are two extreme cases. In the one case the proposition is true for all the truth-possibilities of the elementary propositions. We say that the truth-conditions are *tautological*. In the second case the proposition is false for all the truth-possibilities: the truth-conditions are *contradictory*. In the first case we call the proposition a tautology, in the second a contradiction.
4.461	Der Satz zeigt was er sagt, die Tautologie und die Kontradiktion, dass sie nichts sagen. Die Tautologie hat keine Wahrheitsbedingungen, denn sie ist bedingungslos wahr; und die Kontradiktion ist unter keiner Bedingung wahr. Tautologie und Kontradiktion sind sinnlos. (Wie der Punkt, von dem zwei Pfeile in entgegengesetzter Richtung auseinandergehen.) (Ich weiß z. B. nichts über das Wetter, wenn ich weiß, dass es regnet oder nicht regnet.)	A proposition shows what it says; a tautology and a contradiction show that they say nothing. A tautology has no truth-conditions, since it is unconditionally true; and a contradiction is true under no condition. Tautology and contradiction are senseless. (Like the point from which two arrows go out in opposite directions.) (For example, I know nothing about the weather when I know that it is either raining or not raining.)
4.4611	Tautologie und Kontradiktion sind aber nicht unsinnig; sie gehören zum Symbolismus, und zwar ähnlich wie die „0“ zum Symbolismus der Arithmetik.	Tautology and contradiction are not, however, nonsensical; they belong to the symbolism, much as “0” belongs to the symbolism of arithmetic.
4.462	Tautologie und Kontradiktion sind nicht Bilder der Wirklichkeit. Sie stellen keine mögliche Sachlage dar. Denn jene lässt *jede* mögliche Sachlage zu, diese *keine*. In der Tautologie heben die Bedingungen der Übereinstimmung mit der Welt – die darstellenden	Tautology and contradiction are not pictures of reality. They do not represent any possible situation. For the one admits *every* possible situation, the other *none*. In a tautology the conditions of agreement with the world—the representing relations—cancel one

	GERMAN	ENGLISH
	Beziehungen – einander auf, so dass sie in keiner darstellenden Beziehung zur Wirklichkeit steht.	another out, so that it stands in no representing relation to reality.
4.463	Die Wahrheitsbedingungen bestimmen den Spielraum, der den Tatsachen durch den Satz gelassen wird. (Der Satz, das Bild, das Modell, sind im negativen Sinne wie ein fester Körper, der die Bewegungsfreiheit der anderen beschränkt; im positiven Sinne, wie der von fester Substanz begrenzte Raum, worin ein Körper Platz hat.) Die Tautologie lässt der Wirklichkeit den ganzen – unendlichen – logischen Raum; die Kontradiktion erfüllt den ganzen logischen Raum und lässt der Wirklichkeit keinen Punkt. Keine von beiden kann daher die Wirklichkeit irgendwie bestimmen.	The truth-conditions determine the range left open to the facts by the proposition. (A proposition, a picture, a model is, in the negative sense, like a solid body that restricts the freedom of movement of others; in the positive sense, like the space bounded by solid substance, in which a body has room.) A tautology leaves to reality the whole—infinite—logical space; a contradiction fills the whole of logical space and leaves reality not a single point. So neither of them can determine reality in any way.
4.464	Die Wahrheit der Tautologie ist gewiss, des Satzes möglich, der Kontradiktion unmöglich. (Gewiss, möglich, unmöglich: Hier haben wir das Anzeichen jener Gradation, die wir in der Wahrscheinlichkeitslehre brauchen.)	The truth of a tautology is certain, that of a proposition possible, that of a contradiction impossible. (Certain, possible, impossible: here we have the first indication of the gradation that we need in the theory of probability.)
4.465	Das logische Produkt einer Tautologie und eines Satzes sagt dasselbe, wie der Satz. Also ist jenes Produkt identisch mit dem Satz. Denn man kann das Wesentliche des Symbols nicht ändern, ohne seinen Sinn zu ändern.	The logical product of a tautology and a proposition says the same as the proposition. So that product is identical with the proposition. For one cannot alter what is essential to a symbol without altering its sense.
4.466	Einer bestimmten logischen Verbindung von Zeichen entspricht eine bestimmte logische Verbindung ihrer Bedeutungen; *jede beliebige* Verbindung entspricht nur den unverbundenen Zeichen. Das heißt, Sätze, die für jede Sachlage wahr sind, können überhaupt keine Zeichenverbindungen sein, denn sonst könnten ihnen nur bestimmte Verbindungen von Gegenständen entsprechen. (Und keiner logischen Verbindung entspricht *keine* Verbindung der Gegenstände.) Tautologie und Kontradiktion sind die Grenzfälle der Zeichenverbindung, nämlich ihre Auflösung.	To a definite logical combination of signs corresponds a definite logical combination of their meanings; *any arbitrary* combination corresponds only to the uncombined signs. That is, propositions that are true for every situation cannot be combinations of signs at all, for otherwise only definite combinations of objects could correspond to them. (And to no logical combination there corresponds *no* combination of the objects.) Tautology and contradiction are the limiting cases of the combination of signs—namely, its dissolution.
4.4661	Freilich sind auch in der Tautologie und Kontradiktion die Zeichen noch mit einander verbunden, d. h. sie stehen in Beziehungen zu einander, aber diese Beziehungen sind bedeutungslos, dem *Symbol* unwesentlich.	Admittedly, in tautology and contradiction too the signs are still combined with one another, that is, they stand in relations to one another; but these relations are meaningless, inessential to the *symbol*.
4.5	Nun scheint es möglich zu sein, die allgemeinste Satzform anzugeben: das heißt, eine Beschreibung der	It now seems possible to give the most general propositional form: that is, to give a description of

	GERMAN	ENGLISH
	Sätze *irgend einer* Zeichensprache zu geben, so dass jeder mögliche Sinn durch ein Symbol, auf welches die Beschreibung passt, ausgedrückt werden kann, und dass jedes Symbol, worauf die Beschreibung passt, einen Sinn ausdrücken kann, wenn die Bedeutungen der Namen entsprechend gewählt werden.	the propositions of *any* sign-language whatever, such that every possible sense can be expressed by a symbol that fits the description, and every symbol that fits the description can express a sense, provided the meanings of the names are suitably chosen.
	Es ist klar, dass bei der Beschreibung der allgemeinsten Satzform *nur* ihr Wesentliches beschrieben werden darf, – sonst wäre sie nämlich nicht die allgemeinste.	It is clear that in describing the most general propositional form *only* what is essential to it may be described—otherwise it would not be the most general.
	Dass es eine allgemeine Satzform gibt, wird dadurch bewiesen, dass es keinen Satz geben darf, dessen Form man nicht hätte voraussehen (d. h. konstruieren) können. Die allgemeine Form des Satzes ist: Es verhält sich so und so.	That there is a general propositional form is proved by the fact that there cannot be a proposition whose form could not have been foreseen (that is, constructed). The general form of the proposition is: Things are thus and so.
4.51	Angenommen, mir wären *alle* Elementarsätze gegeben: Dann lässt sich einfach fragen: Welche Sätze kann ich aus ihnen bilden. Und das sind *alle* Sätze und *so* sind sie begrenzt.	Suppose I were given *all* elementary propositions: then one can simply ask: What propositions can I form from them? And these are *all* propositions, and *that* is how they are bounded.
4.52	Die Sätze sind Alles, was aus der Gesamtheit aller Elementarsätze folgt (natürlich auch daraus, dass es die *Gesamtheit aller* ist). (So könnte man in gewissem Sinne sagen, dass *alle* Sätze Verallgemeinerungen der Elementarsätze sind.)	Propositions are everything that follows from the totality of all elementary propositions (and of course also from its being the *totality of all* of them). (So one could say, in a certain sense, that *all* propositions are generalizations of elementary propositions.)
4.53	Die allgemeine Satzform ist eine Variable.	The general propositional form is a variable.

Proposition 5

Propositions are truth-functions of elementary propositions

	GERMAN	ENGLISH
5	Der Satz ist eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze. (Der Elementarsatz ist eine Wahrheitsfunktion seiner selbst.)	A proposition is a truth-function of elementary propositions. (An elementary proposition is a truth-function of itself.)
5.01	Die Elementarsätze sind die Wahrheitsargumente des Satzes.	Elementary propositions are the truth-arguments of a proposition.
5.02	Es liegt nahe, die Argumente von Funktionen mit den Indices von Namen zu verwechseln. Ich erkenne nämlich sowohl am Argument wie am Index die Bedeutung des sie enthaltenden Zeichens. In Russells „+_{c}“ ist z. B. „c“ ein Index, der darauf hinweist, dass das ganze Zeichen das Additionszeichen für Kardinalzahlen ist. Aber diese Bezeichnung beruht auf willkürlicher Übereinkunft und man könnte statt „+_{c}“ auch ein einfaches Zeichen wählen; in „~p“ aber ist „p“ kein Index, sondern ein Argument: der Sinn von „~p“ *kann nicht* verstanden werden, ohne dass vorher der Sinn von „p“ verstanden worden wäre. (Im Namen Julius Cäsar ist „Julius“ ein Index. Der Index ist immer ein Teil einer Beschreibung des Gegenstandes, dessen Namen wir ihn anhängen. Z. B. *Der* Cäsar aus dem Geschlechte der Julier.) Die Verwechslung von Argument und Index liegt, wenn ich mich nicht irre, der Theorie Freges von der Bedeutung der Sätze und Funktionen zugrunde. Für Frege waren die Sätze der Logik Namen, und deren Argumente die Indices dieser Namen.	It is tempting to confuse the arguments of functions with the indices of names. For I recognize the meaning of the sign containing them from the argument just as I do from the index. In Russell's "+_{c}", for example, "c" is an index pointing to the fact that the whole sign is the addition sign for cardinal numbers. But this designation rests on arbitrary convention, and one could choose a simple sign instead of "+_{c}". In "~p", however, "p" is not an index but an argument: the sense of "~p" *cannot* be understood unless the sense of "p" has been understood first. (In the name Julius Caesar, "Julius" is an index. An index is always part of a description of the object to whose name we attach it. For example, *the* Caesar of the Julian clan.) If I am not mistaken, the confusion of argument and index underlies Frege's theory of the meaning of propositions and functions. For Frege the propositions of logic were names, and their arguments the indices of these names.
5.1	Die Wahrheitsfunktionen lassen sich in Reihen ordnen. Das ist die Grundlage der Wahrscheinlichkeitslehre.	Truth-functions can be ordered in series. That is the foundation of the theory of probability.
5.101	Die Wahrheitsfunktionen jeder Anzahl von Elementarsätzen lassen sich in einem Schema folgender Art hinschreiben: (WWWW) (p, q) Tautologie (Wenn p, so p; und wenn q, so q.) (p ⊃ p . q ⊃ q) (FWWW) (p, q) in Worten: Nicht beides p und q. (~(p . q)) (WFWW) (p, q) " " Wenn q, so p. (q ⊃ p) (WWFW) (p, q) " " Wenn p, so q. (p ⊃ q)	The truth-functions of any number of elementary propositions can be written out in a schema of the following kind: (WWWW) (p, q) Tautology (If p then p; and if q then q.) (p ⊃ p . q ⊃ q) (FWWW) (p, q) in words: Not both p and q. (~(p . q)) (WFWW) (p, q) " " If q then p. (q ⊃ p)

	GERMAN	ENGLISH
	(WWWF) (p, q) ” ” p oder q. (p ∨ q)	(WWFW) (p, q) ” ” If p then q. (p ⊃ q)
	(FFWW) (p, q) ” ” Nicht q. (~q)	(WWWF) (p, q) ” ” p or q. (p ∨ q)
	(FWFW) (p, q) ” ” Nicht p. (~p)	(FFWW) (p, q) ” ” Not q. (~q)
	(FWWF) (p, q) ” ” p, oder q, aber nicht beide. (p . ~q :∨: q . ~p)	(FWFW) (p, q) ” ” Not p. (~p)
	(WFFW) (p, q) ” ” Wenn p, so q; und wenn q, so p. (p ≡ q)	(FWWF) (p, q) ” ” p or q, but not both. (p . ~q :∨: q . ~p)
	(WFWF) (p, q) ” ” p	(WFFW) (p, q) ” ” If p then q; and if q then p. (p ≡ q)
	(WWFF) (p, q) ” ” q	(WFWF) (p, q) ” ” p
	(FFFW) (p, q) ” ” Weder p noch q. (~p . ~q) oder (p | q)	(WWFF) (p, q) ” ” q
	(FFWF) (p, q) ” ” p und nicht q. (p . ~q)	(FFFW) (p, q) ” ” Neither p nor q. (~p . ~q) or (p | q)
	(FWFF) (p, q) ” ” q und nicht p. (q . ~p)	(FFWF) (p, q) ” ” p and not q. (p . ~q)
	(WFFF) (p, q) ” ” q und p. (q . p)	(FWFF) (p, q) ” ” q and not p. (q . ~p)
	(FFFF) (p, q) Kontradiktion (p und nicht p; und q und nicht q.) (p . ~p . q . ~q)	(WFFF) (p, q) ” ” q and p. (q . p)
	Diejenigen Wahrheitsmöglichkeiten seiner Wahrheitsargumente, welche den Satz bewahrheiten, will ich seine *Wahrheitsgründe* nennen.	(FFFF) (p, q) Contradiction (p and not p; and q and not q.) (p . ~p . q . ~q)
		Those truth-possibilities of its truth-arguments that make a proposition true I shall call its *truth-grounds*.
5.11	Sind die Wahrheitsgründe, die einer Anzahl von Sätzen gemeinsam sind, sämtlich auch Wahrheitsgründe eines bestimmten Satzes, so sagen wir, die Wahrheit dieses Satzes folge aus der Wahrheit jener Sätze.	If all the truth-grounds common to a number of propositions are also truth-grounds of a certain proposition, we say that the truth of that proposition follows from the truth of those propositions.
5.12	Insbesondere folgt die Wahrheit eines Satzes „p“ aus der Wahrheit eines anderen „q“, wenn alle Wahrheitsgründe des zweiten Wahrheitsgründe des ersten sind.	In particular, the truth of a proposition “p” follows from the truth of another, “q”, if all the truth-grounds of the second are truth-grounds of the first.
5.121	Die Wahrheitsgründe des einen sind in denen des anderen enthalten; p folgt aus q.	The truth-grounds of the one are contained in those of the other; p follows from q.
5.122	Folgt p aus q, so ist der Sinn von „p“ im Sinne von „q“ enthalten.	If p follows from q, the sense of “p” is contained in the sense of “q”.
5.123	Wenn ein Gott eine Welt erschafft, worin gewisse Sätze wahr sind, so schafft er damit auch schon eine Welt, in welcher alle ihre Folgesätze stimmen. Und ähnlich könnte er keine Welt schaffen, worin der Satz „p“ wahr ist, ohne seine sämtlichen Gegenstände zu schaffen.	If a god creates a world in which certain propositions are true, then in doing so he already creates a world in which all their consequences hold. And similarly he could not create a world in which the proposition “p” is true without creating all its objects.
5.124	Der Satz bejaht jeden Satz, der aus ihm folgt.	A proposition affirms every proposition that follows from it.
5.1241	„p . q“ ist einer der Sätze, welche „p“ bejahen, und zugleich einer der Sätze, welche „q“ bejahen. Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn es keinen sinnvollen Satz gibt, der sie beide bejaht.	“p . q” is one of the propositions that affirm “p”, and at the same time one of the propositions that affirm “q”.

	GERMAN	ENGLISH
	Jeder Satz der einem anderen widerspricht, verneint ihn.	Two propositions are opposed to each other if there is no proposition with sense that affirms them both. Every proposition that contradicts another denies it.
5.13	Dass die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer Sätze folgt, ersehen wir aus der Struktur der Sätze.	That the truth of a proposition follows from the truth of other propositions is something we see from the structure of the propositions.
5.131	Folgt die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer, so drückt sich dies durch Beziehungen aus, in welchen die Formen jener Sätze zu einander stehen; und zwar brauchen wir sie nicht erst in jene Beziehungen zu setzen, indem wir sie in einem Satz miteinander verbinden, sondern diese Beziehungen sind intern und bestehen, sobald, und dadurch dass, jene Sätze bestehen.	If the truth of a proposition follows from the truth of others, this is expressed by relations in which the forms of those propositions stand to one another. Nor do we have to put them into those relations first by combining them with one another in a proposition; rather, these relations are internal, and they obtain as soon as, and simply because, the propositions exist.
5.1311	Wenn wir von p ∨ q und ~p auf q schließen, so ist hier durch die Bezeichnungsweise die Beziehung der Satzformen von „p ∨ q“ und „~p“ verhüllt. Schreiben wir aber z. B. statt „p ∨ q“ „p | q .|. p | q“ und statt „~p“ „p | p“ (p | q = weder p, noch q), so wird der innere Zusammenhang offenbar. (Dass man aus (x).fx auf fa schließen kann, das zeigt, dass die Allgemeinheit auch im Symbol „(x).fx“ vorhanden ist.)	When we infer q from p ∨ q and ~p, the relation between the propositional forms of “p ∨ q” and “~p” is concealed here by the way of symbolizing. But if, for example, we write “p | q .|. p | q” instead of “p ∨ q”, and “p | p” instead of “~p” (p | q = neither p nor q), then the inner connection becomes obvious. (That we can infer fa from (x).fx shows that generality is present in the symbol “(x).fx” too.)
5.132	Folgt p aus q, so kann ich von q auf p schließen; p aus q folgern. Die Art des Schlusses ist allein aus den beiden Sätzen zu entnehmen. Nur sie selbst können den Schluss rechtfertigen. „Schlussgesetze“, welche – wie bei Frege und Russell – die Schlüsse rechtfertigen sollen, sind sinnlos, und wären überflüssig.	If p follows from q, I can infer p from q; deduce p from q. The kind of inference can be gathered from the two propositions alone. Only they themselves can justify the inference. “Laws of inference”, which—as in Frege and Russell—are supposed to justify inferences, are senseless, and would be superfluous.
5.133	Alles Folgern geschieht a priori.	All deduction takes place a priori.
5.134	Aus einem Elementarsatz lässt sich kein anderer folgern.	From one elementary proposition no other can be deduced.
5.135	Auf keine Weise kann aus dem Bestehen irgend einer Sachlage auf das Bestehen einer von ihr gänzlich verschiedenen Sachlage geschlossen werden.	In no way can we infer from the obtaining of any one situation the obtaining of another situation entirely different from it.
5.136	Einen Kausalnexus, der einen solchen Schluss rechtfertigte, gibt es nicht.	There is no causal nexus that would justify such an inference.
5.1361		

	GERMAN	ENGLISH
	Die Ereignisse der Zukunft *können* wir nicht aus den gegenwärtigen erschließen. Der Glaube an den Kausalnexus ist der *Aberglaube*.	We *cannot* infer the events of the future from those of the present. Belief in the causal nexus is *superstition*.
5.1362	Die Willensfreiheit besteht darin, dass zukünftige Handlungen jetzt nicht gewusst werden können. Nur dann könnten wir sie wissen, wenn die Kausalität eine *innere* Notwendigkeit wäre, wie die des logischen Schlusses. – Der Zusammenhang von Wissen und Gewusstem ist der der logischen Notwendigkeit. („A weiß, dass p der Fall ist“ ist sinnlos, wenn p eine Tautologie ist.)	The freedom of the will consists in the fact that future actions cannot be known now. We could know them only if causality were an *inner* necessity, like that of logical inference.—The connection between knowing and what is known is that of logical necessity. (“A knows that p is the case” is senseless if p is a tautology.)
5.1363	Wenn daraus, dass ein Satz uns einleuchtet, nicht *folgt*, dass er wahr ist, so ist das Einleuchten auch keine Rechtfertigung für unseren Glauben an seine Wahrheit.	If it does not *follow* from a proposition’s being self-evident to us that it is true, then its self-evidence is no justification either for our belief in its truth.
5.14	Folgt ein Satz aus einem anderen, so sagt dieser mehr als jener, jener weniger als dieser.	If one proposition follows from another, the latter says more than the former, and the former less than the latter.
5.141	Folgt p aus q und q aus p, so sind sie ein und derselbe Satz.	If p follows from q and q from p, then they are one and the same proposition.
5.142	Die Tautologie folgt aus allen Sätzen: sie sagt nichts.	A tautology follows from all propositions: it says nothing.
5.143	Die Kontradiktion ist das Gemeinsame der Sätze, was *kein* Satz mit einem anderen gemein hat. Die Tautologie ist das Gemeinsame aller Sätze, welche nichts miteinander gemein haben. Die Kontradiktion verschwindet sozusagen außerhalb, die Tautologie innerhalb aller Sätze. Die Kontradiktion ist die äußere Grenze der Sätze, die Tautologie ihr substanzloser Mittelpunkt.	Contradiction is what propositions have in common that *no* proposition has in common with another. Tautology is what all propositions have in common that have nothing in common with one another. Contradiction vanishes, so to speak, outside all propositions, tautology inside them. Contradiction is the outer limit of propositions; tautology is their center, without substance.
5.15	Ist W_r die Anzahl der Wahrheitsgründe des Satzes „r“, W_{rs} die Anzahl derjenigen Wahrheitsgründe des Satzes „s“, die zugleich Wahrheitsgründe von „r“ sind, dann nennen wir das Verhältnis: $W_{rs} : W_r$ das Maß der *Wahrscheinlichkeit*, welche der Satz „r“ dem Satz „s“ gibt.	If W_r is the number of truth-grounds of the proposition “r”, and W_{rs} the number of those truth-grounds of the proposition “s” that are also truth-grounds of “r”, then we call the ratio $W_{rs} : W_r$ the measure of the *probability* that the proposition “r” gives to the proposition “s”.
5.151	Sei in einem Schema wie dem obigen in No. 5.101 W_r die Anzahl der „W“ im Satze r; W_{rs} die Anzahl derjenigen „W“ im Satze s, die in gleichen Kolonnen mit „W“ des Satzes r stehen. Der Satz r gibt dann dem Satze s die Wahrscheinlichkeit: $W_{rs} : W_r$.	In a schema like the one above in No. 5.101, let W_r be the number of “W”s in the proposition r, and W_{rs} the number of those “W”s in the proposition s that stand in the same columns as “W”s of the proposition r. The proposition r then gives the proposition s the probability $W_{rs} : W_r$.
5.1511		

	GERMAN	ENGLISH
	Es gibt keinen besonderen Gegenstand, der den Wahrscheinlichkeitssätzen eigen wäre.	There is no special object peculiar to probability propositions.
5.152	Sätze, welche keine Wahrheitsargumente mit einander gemein haben, nennen wir von einander unabhängig. Zwei Elementarsätze geben einander die Wahrscheinlichkeit ½. Folgt p aus q, so gibt der Satz „q“ dem Satz „p“ die Wahrscheinlichkeit 1. Die Gewissheit des logischen Schlusses ist ein Grenzfall der Wahrscheinlichkeit. (Anwendung auf Tautologie und Kontradiktion.)	Propositions that have no truth-arguments in common with one another we call independent of one another. Two elementary propositions give each other the probability ½. If p follows from q, then the proposition “q” gives the proposition “p” the probability 1. The certainty of logical inference is a limiting case of probability. (Application to tautology and contradiction.)
5.153	Ein Satz ist an sich weder wahrscheinlich noch unwahrscheinlich. Ein Ereignis trifft ein, oder es trifft nicht ein, ein Mittelding gibt es nicht.	A proposition is in itself neither probable nor improbable. An event occurs or it does not occur; there is no middle course.
5.154	In einer Urne seien gleichviel weiße und schwarze Kugeln (und keine anderen). Ich ziehe eine Kugel nach der anderen und lege sie wieder in die Urne zurück. Dann kann ich durch den Versuch feststellen, dass sich die Zahlen der gezogenen schwarzen und weißen Kugeln bei fortgesetztem Ziehen einander nähern. *Das* ist also kein mathematisches Faktum. Wenn ich nun sage: Es ist gleich wahrscheinlich, dass ich eine weiße Kugel wie eine schwarze ziehen werde, so heißt das: Alle mir bekannten Umstände (die hypothetisch angenommenen Naturgesetze mitinbegriffen) geben dem Eintreffen des einen Ereignisses nicht *mehr* Wahrscheinlichkeit als dem Eintreffen des anderen. Das heißt, sie geben – wie aus den obigen Erklärungen leicht zu entnehmen ist – jedem die Wahrscheinlichkeit ½. Was ich durch den Versuch bestätige ist, dass das Eintreffen der beiden Ereignisse von den Umständen, die ich nicht näher kenne, unabhängig ist.	Suppose an urn contains equal numbers of white and black balls (and no others). I draw one ball after another and put each back into the urn. Then I can establish by experiment that, as I go on drawing, the numbers of black and white balls drawn come closer to each other. So *that* is not a mathematical fact. Now if I say, “It is equally probable that I will draw a white ball as a black one”, this means: all the circumstances known to me (including the laws of nature assumed as hypotheses) give the occurrence of the one event no *more* probability than the occurrence of the other. That is to say, they give each—as can easily be gathered from the explanations above—the probability ½. What I confirm by the experiment is that the occurrence of the two events is independent of the circumstances of which I have no closer knowledge.
5.155	Die Einheit des Wahrscheinlichkeitssatzes ist: Die Umstände – die ich sonst nicht weiter kenne – geben dem Eintreffen eines bestimmten Ereignisses den und den Grad der Wahrscheinlichkeit.	The unit of the probability proposition is: the circumstances—of which I have no further knowledge—give the occurrence of a particular event such-and-such a degree of probability.
5.156	So ist die Wahrscheinlichkeit eine Verallgemeinerung. Sie involviert eine allgemeine Beschreibung einer Satzform. Nur in Ermanglung der Gewissheit gebrauchen wir die Wahrscheinlichkeit. – Wenn wir zwar eine Tatsache nicht vollkommen kennen, wohl aber *etwas* über ihre Form wissen.	So probability is a generalization. It involves a general description of a propositional form. Only when we lack certainty do we make use of probability.—When we do not know a fact completely, but do know *something* about its form.

	GERMAN	ENGLISH
	(Ein Satz kann zwar ein unvollständiges Bild einer gewissen Sachlage sein, aber er ist immer *ein* vollständiges Bild.)	(A proposition may well be an incomplete picture of a certain situation, but it is always *a* complete picture.)
	Der Wahrscheinlichkeitssatz ist gleichsam ein Auszug aus anderen Sätzen.	A probability proposition is, as it were, an excerpt from other propositions.
5.2	Die Strukturen der Sätze stehen in internen Beziehungen zu einander.	The structures of propositions stand in internal relations to one another.
5.21	Wir können diese internen Beziehungen dadurch in unserer Ausdrucksweise hervorheben, dass wir einen Satz als Resultat einer Operation darstellen, die ihn aus anderen Sätzen (den Basen der Operation) hervorbringt.	We can bring out these internal relations in our way of expressing things by representing a proposition as the result of an operation that produces it from other propositions (the bases of the operation).
5.22	Die Operation ist der Ausdruck einer Beziehung zwischen den Strukturen ihres Resultats und ihrer Basen.	An operation is the expression of a relation between the structures of its result and of its bases.
5.23	Die Operation ist das, was mit dem einen Satz geschehen muss, um aus ihm den anderen zu machen.	An operation is what has to be done to one proposition in order to make the other out of it.
5.231	Und das wird natürlich von ihren formalen Eigenschaften, von der internen Ähnlichkeit ihrer Formen abhängen.	And that will of course depend on their formal properties, on the internal similarity of their forms.
5.232	Die interne Relation, die eine Reihe ordnet, ist äquivalent mit der Operation, durch welche ein Glied aus dem anderen entsteht.	The internal relation that orders a series is equivalent to the operation by which one term arises from another.
5.233	Die Operation kann erst dort auftreten, wo ein Satz auf logisch bedeutungsvolle Weise aus einem anderen entsteht. Also dort, wo die logische Konstruktion des Satzes anfängt.	An operation can only come in where one proposition arises from another in a logically meaningful way. That is, where the logical construction of the proposition begins.
5.234	Die Wahrheitsfunktionen der Elementarsätze sind Resultate von Operationen, die die Elementarsätze als Basen haben. (Ich nenne diese Operationen Wahrheitsoperationen.)	The truth-functions of elementary propositions are results of operations that have the elementary propositions as bases. (I call these operations truth-operations.)
5.2341	Der Sinn einer Wahrheitsfunktion von p ist eine Funktion des Sinnes von p.	The sense of a truth-function of p is a function of the sense of p.
	Verneinung, logische Addition, logische Multiplikation, etc., etc. sind Operationen.	Negation, logical addition, logical multiplication, etc., etc. are operations.
	(Die Verneinung verkehrt den Sinn des Satzes.)	(Negation reverses the sense of a proposition.)
5.24	Die Operation zeigt sich in einer Variablen; sie zeigt, wie man von einer Form von Sätzen zu einer anderen gelangen kann.	An operation shows itself in a variable; it shows how we can get from one form of proposition to another.
	Sie bringt den Unterschied der Formen zum Ausdruck.	It gives expression to the difference between the forms.
	(Und das Gemeinsame zwischen den Basen und dem Resultat der Operation sind eben die Basen.)	

	GERMAN	ENGLISH
		(And what the bases have in common with the result of the operation is precisely the bases.)
5.241	Die Operation kennzeichnet keine Form, sondern nur den Unterschied der Formen.	An operation does not characterize a form, but only the difference between forms.
5.242	Dieselbe Operation, die „q“ aus „p“ macht, macht aus „q“ „r“ u. s. f. Dies kann nur darin ausgedrückt sein, dass „p“, „q“, „r“, etc. Variable sind, die gewisse formale Relationen allgemein zum Ausdruck bringen.	The same operation that makes “q” from “p” makes “r” from “q”, and so on. This can only be expressed by the fact that “p”, “q”, “r”, etc. are variables that give general expression to certain formal relations.
5.25	Das Vorkommen der Operation charakterisiert den Sinn des Satzes nicht. Die Operation sagt ja nichts aus, nur ihr Resultat, und dies hängt von den Basen der Operation ab. (Operation und Funktion dürfen nicht miteinander verwechselt werden.)	The occurrence of an operation does not characterize the sense of a proposition. After all, an operation asserts nothing; only its result does, and this depends on the bases of the operation. (Operation and function must not be confused with each other.)
5.251	Eine Funktion kann nicht ihr eigenes Argument sein, wohl aber kann das Resultat einer Operation ihre eigene Basis werden.	A function cannot be its own argument, but the result of an operation can very well become its own base.
5.252	Nur so ist das Fortschreiten von Glied zu Glied in einer Formenreihe (von Type zu Type in den Hierarchien Russells und Whiteheads) möglich. (Russell und Whitehead haben die Möglichkeit dieses Fortschreitens nicht zugegeben, aber immer wieder von ihr Gebrauch gemacht.)	Only in this way is it possible to advance from term to term in a series of forms (from type to type in the hierarchies of Russell and Whitehead). (Russell and Whitehead did not admit the possibility of this advance, yet they made use of it again and again.)[1]
5.2521	Die fortgesetzte Anwendung einer Operation auf ihr eigenes Resultat nenne ich ihre successive Anwendung („O’O’O’a“ ist das Resultat der dreimaligen successiven Anwendung von „O’ξ“ auf „a“). In einem ähnlichen Sinne rede ich von der successiven Anwendung *mehrerer* Operationen auf eine Anzahl von Sätzen.	The repeated application of an operation to its own result I call its successive application (“O’O’O’a” is the result of applying “O’ξ” successively three times to “a”). In a similar sense I speak of the successive application of *several* operations to a number of propositions.
5.2522	Das allgemeine Glied einer Formenreihe a, O’a, O’O’a, ... schreibe ich daher so: „[a, x, O’x]“. Dieser Klammerausdruck ist eine Variable. Das erste Glied des Klammerausdruckes ist der Anfang der Formenreihe, das zweite die Form eines beliebigen Gliedes x der Reihe und das dritte die Form desjenigen Gliedes der Reihe, welches auf x unmittelbar folgt.	Accordingly, I write the general term of a series of forms a, O’a, O’O’a, ... like this: “[a, x, O’x]”. This bracketed expression is a variable. The first term of the bracketed expression is the beginning of the series of forms, the second is the form of an arbitrary term x of the series, and the third is the form of the term of the series that immediately follows x.
5.2523		

1 Alfred North Whitehead (1861–1947), co-author with Russell of *Principia Mathematica* (1910–13), whose theory of types arranges logical entities in a hierarchy.

	GERMAN	ENGLISH
	Der Begriff der successiven Anwendung der Operation ist äquivalent mit dem Begriff „und so weiter“.	The concept of the successive application of an operation is equivalent to the concept “and so on”.
5.253	Eine Operation kann die Wirkung einer anderen rückgängig machen. Operationen können einander aufheben.	One operation can undo the effect of another. Operations can cancel each other out.
5.254	Die Operation kann verschwinden (z. B. die Verneinung in „~~p“: ~~p = p).	An operation can vanish (for example, negation in “~~p”: ~~p = p).
5.3	Alle Sätze sind Resultate von Wahrheitsoperationen mit den Elementarsätzen. Die Wahrheitsoperation ist die Art und Weise, wie aus den Elementarsätzen die Wahrheitsfunktion entsteht. Nach dem Wesen der Wahrheitsoperation wird auf die gleiche Weise, wie aus den Elementarsätzen ihre Wahrheitsfunktion, aus Wahrheitsfunktionen eine Neue. Jede Wahrheitsoperation erzeugt aus Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen wieder eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen, einen Satz. Das Resultat jeder Wahrheitsoperation mit den Resultaten von Wahrheitsoperationen mit Elementarsätzen ist wieder das Resultat *Einer* Wahrheitsoperation mit Elementarsätzen. Jeder Satz ist das Resultat von Wahrheitsoperationen mit Elementarsätzen.	All propositions are results of truth-operations on elementary propositions. A truth-operation is the way in which a truth-function arises from elementary propositions. By the very nature of truth-operations, a new truth-function arises from truth-functions in the same way as their truth-function arises from elementary propositions. Every truth-operation produces from truth-functions of elementary propositions another truth-function of elementary propositions, a proposition. The result of every truth-operation on the results of truth-operations on elementary propositions is again the result of *one* truth-operation on elementary propositions. Every proposition is the result of truth-operations on elementary propositions.
5.31	Die Schemata No. 4.31 haben auch dann eine Bedeutung, wenn „p“, „q“, „r“, etc. nicht Elementarsätze sind. Und es ist leicht zu sehen, dass das Satzzeichen in No. 4.442, auch wenn „p“ und „q“ Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen sind, Eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen ausdrückt.	The schemata in No. 4.31 have a meaning even when “p”, “q”, “r”, etc. are not elementary propositions. And it is easy to see that the propositional sign in No. 4.442 expresses a single truth-function of elementary propositions even when “p” and “q” are truth-functions of elementary propositions.
5.32	Alle Wahrheitsfunktionen sind Resultate der successiven Anwendung einer endlichen Anzahl von Wahrheitsoperationen auf die Elementarsätze.	All truth-functions are results of the successive application of a finite number of truth-operations to elementary propositions.
5.4	Hier zeigt es sich, dass es „logische Gegenstände“, „logische Konstante“ (im Sinne Freges und Russells) nicht gibt.	Here it shows itself that there are no “logical objects” or “logical constants” (in the sense of Frege and Russell).
5.41	Denn: Alle Resultate von Wahrheitsoperationen mit Wahrheitsfunktionen sind identisch, welche eine und dieselbe Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen sind.	For all the results of truth-operations on truth-functions that are one and the same truth-function of elementary propositions are identical.
5.42	Dass $\vee$, $\supset$, etc. nicht Beziehungen im Sinne von rechts und links etc. sind, leuchtet ein. Die Möglichkeit des kreuzweisen Definierens der logischen „Urzeichen“ Freges und Russells zeigt schon,	That $\vee$, $\supset$, etc. are not relations in the sense in which right and left etc. are relations is obvious. The fact that Frege’s and Russell’s logical “primitive signs” can be defined in terms of one another

	GERMAN	ENGLISH
	dass diese keine Urzeichen sind, und schon erst recht, dass sie keine Relationen bezeichnen. Und es ist offenbar, dass das „⊃“, welches wir durch „~“ und „∨“ definieren, identisch ist mit dem, durch welches wir „∨“ mit „~“ definieren, und dass dieses „∨“ mit dem ersten identisch ist. U. s. w.	already shows that they are not primitive signs, and still more that they do not signify relations. And it is plain that the “⊃” we define by means of “~” and “∨” is identical with the one by means of which we define “∨” with “~”, and that this “∨” is identical with the first. And so on.
5.43	Dass aus einer Tatsache p unendlich viele *andere* folgen sollten, nämlich ~~p, ~~~~p, etc., ist doch von vornherein kaum zu glauben. Und nicht weniger merkwürdig ist, dass die unendliche Anzahl der Sätze der Logik (der Mathematik) aus einem halben Dutzend „Grundgesetzen“ folgen. Alle Sätze der Logik sagen aber dasselbe. Nämlich nichts.	That from one fact p infinitely many *others* should follow, namely ~~p, ~~~~p, etc., is surely hard to believe from the outset. And it is no less remarkable that the infinite number of propositions of logic (of mathematics) should follow from half a dozen “basic laws”. But all the propositions of logic say the same thing. Namely, nothing.
5.44	Die Wahrheitsfunktionen sind keine materiellen Funktionen. Wenn man z. B. eine Bejahung durch doppelte Verneinung erzeugen kann, ist dann die Verneinung – in irgend einem Sinn – in der Bejahung enthalten? Verneint „~~p“ ~p, oder bejaht es p; oder beides? Der Satz „~~p“ handelt nicht von der Verneinung wie von einem Gegenstand; wohl aber ist die Möglichkeit der Verneinung in der Bejahung bereits präjudiziert. Und gäbe es einen Gegenstand, der „~“ hieße, so müsste „~~p“ etwas anderes sagen als „p“. Denn der eine Satz würde dann eben von ~ handeln, der andere nicht.	Truth-functions are not material functions. If, for example, an affirmation can be produced by double negation, is negation then—in any sense—contained in affirmation? Does “~~p” deny ~p, or does it affirm p; or both? The proposition “~~p” is not about negation as if it were an object; but the possibility of negation is already prejudged in affirmation. And if there were an object called “~”, then “~~p” would have to say something different from “p”. For the one proposition would then be about ~, and the other would not.
5.441	Dieses Verschwinden der scheinbaren logischen Konstanten tritt auch ein, wenn „~(∃x).~fx“ dasselbe sagt wie „(x).fx“, oder „(∃x).fx . x = a“ dasselbe wie „fa“.	This vanishing of the apparent logical constants also occurs if “~(∃x).~fx” says the same as “(x).fx”, or “(∃x).fx . x = a” the same as “fa”.
5.442	Wenn uns ein Satz gegeben ist, so sind *mit ihm* auch schon die Resultate aller Wahrheitsoperationen, die ihn zur Basis haben, gegeben.	If we are given a proposition, then *with it* we are also already given the results of all truth-operations that have it as their base.
5.45	Gibt es logische Urzeichen, so muss eine richtige Logik ihre Stellung zueinander klar machen und ihr Dasein rechtfertigen. Der Bau der Logik *aus* ihren Urzeichen muss klar werden.	If there are logical primitive signs, a correct logic must make clear their position relative to one another and justify their existence. The construction of logic *out of* its primitive signs must become clear.
5.451	Hat die Logik Grundbegriffe, so müssen sie von einander unabhängig sein. Ist ein Grundbegriff eingeführt, so muss er in allen Verbindungen eingeführt sein, worin er überhaupt vorkommt. Man kann ihn also nicht zuerst für *eine* Verbindung, dann noch einmal für eine andere einführen. Z. B.: Ist die Verneinung eingeführt, so müssen wir sie jetzt in Sätzen von der Form „~p“ ebenso verstehen, wie in Sätzen wie „~(p ∨ q)“, „(∃x).~fx“ u. a.	If logic has primitive concepts, they must be independent of one another. If a primitive concept has been introduced, it must have been introduced in all the combinations in which it occurs at all. So one cannot introduce it first for *one* combination and then again for another. For example, once negation has been introduced, we must under-

	GERMAN	ENGLISH
	Wir dürfen sie nicht erst für die eine Klasse von Fällen, dann für die andere einführen, denn es bliebe dann zweifelhaft, ob ihre Bedeutung in beiden Fällen die gleiche wäre und es wäre kein Grund vorhanden, in beiden Fällen dieselbe Art der Zeichenverbindung zu benützen. (Kurz, für die Einführung der Urzeichen gilt, mutatis mutandis, dasselbe, was Frege („Grundgesetze der Arithmetik") für die Einführung von Zeichen durch Definitionen gesagt hat.)	stand it in propositions of the form "~p" just as we understand it in propositions like "~(p ∨ q)", "(∃x).~fx" and others. We must not introduce it first for one class of cases and then for another, for it would then remain doubtful whether its meaning was the same in both cases, and there would be no reason to use the same way of combining signs in both. (In short, what Frege said (in "Grundgesetze der Arithmetik") about introducing signs by definitions holds, mutatis mutandis, for introducing primitive signs as well.)[2]
5.452	Die Einführung eines neuen Behelfes in den Symbolismus der Logik muss immer ein folgenschweres Ereignis sein. Kein neuer Behelf darf in die Logik – sozusagen, mit ganz unschuldiger Miene – in Klammern oder unter dem Striche eingeführt werden. (So kommen in den „Principia Mathematica" von Russell und Whitehead Definitionen und Grundgesetze in Worten vor. Warum hier plötzlich Worte? Dies bedürfte einer Rechtfertigung. Sie fehlt und muss fehlen, da das Vorgehen tatsächlich unerlaubt ist.) Hat sich aber die Einführung eines neuen Behelfes an einer Stelle als nötig erwiesen, so muss man sich nun sofort fragen: Wo muss dieser Behelf nun *immer* angewandt werden? Seine Stellung in der Logik muss nun erklärt werden.	Introducing a new device into the symbolism of logic must always be a momentous event. No new device may be slipped into logic in brackets or in a footnote—with an entirely innocent air, so to speak. (Thus in Russell and Whitehead's "Principia Mathematica" definitions and basic laws occur in words. Why suddenly words here? This would need a justification. There is none, and there can be none, since the procedure is in fact illegitimate.) But if introducing a new device has proved necessary at one point, we must immediately ask: where must this device now *always* be used? Its position in logic must now be explained.
5.453	Alle Zahlen der Logik müssen sich rechtfertigen lassen. Oder vielmehr: Es muss sich herausstellen, dass es in der Logik keine Zahlen gibt. Es gibt keine ausgezeichneten Zahlen.	All numbers in logic must be capable of justification. Or rather: it must become evident that there are no numbers in logic. There are no privileged numbers.
5.454	In der Logik gibt es kein Nebeneinander, kann es keine Klassifikation geben. In der Logik kann es nicht Allgemeineres und Spezielleres geben.	In logic there is no side by side; there can be no classification. In logic there cannot be the more general and the more specific.
5.4541	Die Lösungen der logischen Probleme müssen einfach sein, denn sie setzen den Standard der Einfachheit. Die Menschen haben immer geahnt, dass es ein Gebiet von Fragen geben müsse, deren Antworten – a priori – symmetrisch, und zu einem abgeschlossenen, regelmäßigen Gebilde vereint liegen. Ein Gebiet, in dem der Satz gilt: simplex sigillum veri.	The solutions of logical problems must be simple, since they set the standard of simplicity. People have always sensed that there must be a domain of questions whose answers—a priori—are symmetrical and lie united in a closed, regular whole.

2 Frege's *Basic Laws of Arithmetic* (1893–1903), his attempt to derive arithmetic from logic.

	GERMAN	ENGLISH
		A domain in which the principle holds: simplex sigillum veri [simplicity is the seal of truth].
5.46	Wenn man die logischen Zeichen richtig einführte, so hätte man damit auch schon den Sinn aller ihrer Kombinationen eingeführt; also nicht nur „p ∨ q“ sondern auch schon „~(p ∨ ~q)“ etc. etc. Man hätte damit auch schon die Wirkung aller nur möglichen Kombinationen von Klammern eingeführt. Und damit wäre es klar geworden, dass die eigentlichen allgemeinen Urzeichen nicht die „p ∨ q“, „(∃x).fx“, etc. sind, sondern die allgemeinste Form ihrer Kombinationen.	If we introduced the logical signs properly, we would thereby already have introduced the sense of all their combinations; that is, not only “p ∨ q” but also “~(p ∨ ~q)” etc. etc. We would thereby also already have introduced the effect of all possible combinations of brackets. And that would have made it clear that the real general primitive signs are not “p ∨ q”, “(∃x).fx”, etc., but the most general form of their combinations.
5.461	Bedeutungsvoll ist die scheinbar unwichtige Tatsache, dass die logischen Scheinbeziehungen, wie ∨ und ⊃, der Klammern bedürfen – im Gegensatz zu den wirklichen Beziehungen. Die Benützung der Klammern mit jenen scheinbaren Urzeichen deutet ja schon darauf hin, dass diese nicht die wirklichen Urzeichen sind. Und es wird doch wohl niemand glauben, dass die Klammern eine selbständige Bedeutung haben.	The apparently unimportant fact that the logical pseudo-relations, such as ∨ and ⊃, need brackets—unlike real relations—is significant. Indeed, the use of brackets with those apparent primitive signs already indicates that they are not the real primitive signs. And surely no one will believe that the brackets have a meaning of their own.
5.4611	Die logischen Operationszeichen sind Interpunktionen.	Signs for logical operations are punctuation marks.
5.47	Es ist klar, dass alles, was sich überhaupt *von vornherein* über die Form aller Sätze sagen lässt, sich *auf einmal* sagen lassen muss. Sind ja schon im Elementarsatze alle logischen Operationen enthalten. Denn „fa“ sagt dasselbe wie „(∃x).fx . x = a“. Wo Zusammengesetztheit ist, da ist Argument und Funktion, und wo diese sind, sind bereits alle logischen Konstanten. Man könnte sagen: Die Eine logische Konstante ist das, was *alle* Sätze, ihrer Natur nach, mit einander gemein haben. Das aber ist die allgemeine Satzform.	It is clear that whatever can be said *in advance* about the form of all propositions at all must be sayable *all at once*. After all, all logical operations are already contained in the elementary proposition. For “fa” says the same as “(∃x).fx . x = a”. Where there is compositeness, there are argument and function, and where these are, all the logical constants already are. One could say: the one logical constant is what *all* propositions, by their nature, have in common with one another. But that is the general propositional form.
5.471	Die allgemeine Satzform ist das Wesen des Satzes.	The general propositional form is the essence of a proposition.
5.4711	Das Wesen des Satzes angeben, heißt, das Wesen aller Beschreibung angeben, also das Wesen der Welt.	To give the essence of a proposition means to give the essence of all description, and so the essence of the world.
5.472	Die Beschreibung der allgemeinsten Satzform ist die Beschreibung des einen und einzigen allgemeinen Urzeichens der Logik.	The description of the most general propositional form is the description of the one and only general primitive sign of logic.

	GERMAN	ENGLISH
5.473	Die Logik muss für sich selber sorgen. Ein *mögliches* Zeichen muss auch bezeichnen können. Alles was in der Logik möglich ist, ist auch erlaubt. („Sokrates ist identisch" heißt darum nichts, weil es keine Eigenschaft gibt, die „identisch" heißt. Der Satz ist unsinnig, weil wir eine willkürliche Bestimmung nicht getroffen haben, aber nicht darum, weil das Symbol an und für sich unerlaubt wäre.) Wir können uns, in gewissem Sinne, nicht in der Logik irren.	Logic must take care of itself. A *possible* sign must also be able to signify. Everything that is possible in logic is also permitted. ("Socrates is identical" means nothing because there is no property called "identical". The proposition is nonsensical because we have not made some arbitrary stipulation, not because the symbol in and of itself would be impermissible.) In a certain sense, we cannot make mistakes in logic.
5.4731	Das Einleuchten, von dem Russell so viel sprach, kann nur dadurch in der Logik entbehrlich werden, dass die Sprache selbst jeden logischen Fehler verhindert. – Dass die Logik a priori ist, besteht darin, dass nicht unlogisch gedacht werden *kann*.	The self-evidence Russell talked about so much can become dispensable in logic only because language itself prevents every logical error.—That logic is a priori consists in the fact that we *cannot* think illogically.
5.4732	Wir können einem Zeichen nicht den unrechten Sinn geben.	We cannot give a sign the wrong sense.
5.47321	Occams Devise ist natürlich keine willkürliche, oder durch ihren praktischen Erfolg gerechtfertigte Regel: Sie besagt, dass *unnötige* Zeicheneinheiten nichts bedeuten. Zeichen, die *Einen* Zweck erfüllen, sind logisch äquivalent, Zeichen, die *keinen* Zweck erfüllen, logisch bedeutungslos.	Occam's maxim is of course not an arbitrary rule, nor one justified by its practical success: it says that *unnecessary* units in a sign-language mean nothing. Signs that serve *one* purpose are logically equivalent; signs that serve *no* purpose are logically meaningless.
5.4733	Frege sagt: Jeder rechtmäßig gebildete Satz muss einen Sinn haben; und ich sage: Jeder mögliche Satz ist rechtmäßig gebildet, und wenn er keinen Sinn hat, so kann das nur daran liegen, dass wir einigen seiner Bestandteile keine *Bedeutung* gegeben haben. (Wenn wir auch glauben, es getan zu haben.) So sagt „Sokrates ist identisch" darum nichts, weil wir dem Wort „identisch" als *Eigenschaftswortkeine* Bedeutung gegeben haben. Denn, wenn es als Gleichheitszeichen auftritt, so symbolisiert es auf ganz andere Art und Weise – die bezeichnende Beziehung ist eine andere, – also ist auch das Symbol in beiden Fällen ganz verschieden; die beiden Symbole haben nur das Zeichen zufällig miteinander gemein.	Frege says: every legitimately constructed proposition must have a sense. And I say: every possible proposition is legitimately constructed, and if it has no sense, that can only be because we have given no *meaning* to some of its constituents. (Even if we believe we have done so.) Thus "Socrates is identical" says nothing because we have given the word "identical" *no* meaning as an *adjective*. For when it occurs as the sign of equality, it symbolizes in an entirely different way—the signifying relation is a different one—and so the symbol is entirely different in the two cases too; the two symbols merely happen to have the sign in common.
5.474	Die Anzahl der nötigen Grundoperationen hängt *nur* von unserer Notation ab.	The number of fundamental operations needed depends *only* on our notation.
5.475	Es kommt nur darauf an, ein Zeichensystem von einer bestimmten Anzahl von Dimensionen – von einer bestimmten mathematischen Mannigfaltigkeit – zu bilden.	All that matters is to construct a system of signs with a particular number of dimensions—with a particular mathematical multiplicity.

	GERMAN	ENGLISH
5.476	Es ist klar, dass es sich hier nicht um eine *Anzahl von Grundbegriffen* handelt, die bezeichnet werden müssen, sondern um den Ausdruck einer Regel.	It is clear that what is at issue here is not a *number of primitive concepts* that have to be signified, but the expression of a rule.
5.5	Jede Wahrheitsfunktion ist ein Resultat der successiven Anwendung der Operation (−−−−−W) (ξ, ...) auf Elementarsätze. Diese Operation verneint sämtliche Sätze in der rechten Klammer, und ich nenne sie die Negation dieser Sätze.	Every truth-function is a result of the successive application of the operation (−−−−−W) (ξ, ...) to elementary propositions. This operation negates all the propositions in the right-hand bracket, and I call it the negation of those propositions.
5.501	Einen Klammerausdruck, dessen Glieder Sätze sind, deute ich – wenn die Reihenfolge der Glieder in der Klammer gleichgültig ist – durch ein Zeichen von der Form „(ξ)“ an. „ξ“ ist eine Variable, deren Werte die Glieder des Klammerausdruckes sind; und der Strich über der Variablen deutet an, dass sie ihre sämtlichen Werte in der Klammer vertritt. (Hat also ξ etwa die 3 Werte P, Q, R, so ist (ξ) = (P, Q, R).) Die Werte der Variablen werden festgesetzt. Die Festsetzung ist die Beschreibung der Sätze, welche die Variable vertritt. Wie die Beschreibung der Glieder des Klammerausdruckes geschieht, ist unwesentlich. Wir *können* drei Arten der Beschreibung unterscheiden: 1. Die direkte Aufzählung. In diesem Fall können wir statt der Variablen einfach ihre konstanten Werte setzen. 2. Die Angabe einer Funktion fx, deren Werte für alle Werte von x die zu beschreibenden Sätze sind. 3. Die Angabe eines formalen Gesetzes, nach welchem jene Sätze gebildet sind. In diesem Falle sind die Glieder des Klammerausdrucks sämtliche Glieder einer Formenreihe.	A bracketed expression whose terms are propositions I indicate—if the order of the terms in the bracket does not matter—by a sign of the form “(ξ)”. “ξ” is a variable whose values are the terms of the bracketed expression; and the bar over the variable indicates that it stands in for all its values in the bracket. (So if ξ has, say, the 3 values P, Q, R, then (ξ) = (P, Q, R).) The values of the variable are stipulated. The stipulation is the description of the propositions that the variable stands in for. How the description of the terms of the bracketed expression is given is not essential. We *can* distinguish three kinds of description: 1. Direct enumeration. In this case we can simply put its constant values in place of the variable. 2. Giving a function fx whose values for all values of x are the propositions to be described. 3. Giving a formal law according to which those propositions are constructed. In this case the terms of the bracketed expression are all the terms of a series of forms.
5.502	Ich schreibe also statt „(−−−−−W) (ξ, ...)“ „N(ξ)“. N(ξ) ist die Negation sämtlicher Werte der Satzvariablen ξ.	So instead of “(−−−−−W) (ξ, ...)” I write “N(ξ)”. N(ξ) is the negation of all the values of the propositional variable ξ.
5.503	Da sich offenbar leicht ausdrücken lässt, wie mit dieser Operation Sätze gebildet werden können und wie Sätze mit ihr nicht zu bilden sind, so muss dies auch einen exakten Ausdruck finden können.	Since it is evidently easy to express how propositions can be constructed with this operation and how they cannot be constructed with it, this must also be capable of exact expression.
5.51	Hat ξ nur einen Wert, so ist N(ξ) = ~p (nicht p), hat es zwei Werte, so ist N (ξ) = ~p . ~q (weder p noch q).	If ξ has only one value, then N(ξ) = ~p (not p); if it has two values, then N (ξ) = ~p . ~q (neither p nor q).
5.511	Wie kann die allumfassende, weltspiegelnde Logik so spezielle Haken und Manipulationen gebrauchen? Nur,	

	GERMAN	ENGLISH
	indem sich alle diese zu einem unendlich feinen Netzwerk, zu dem großen Spiegel, verknüpfen.	How can all-embracing logic, which mirrors the world, use such peculiar hooks and manipulations? Only because they all join together into an infinitely fine network, into the great mirror.
5.512	„~p“ ist wahr, wenn „p“ falsch ist. Also in dem wahren Satz „~p“ ist „p“ ein falscher Satz. Wie kann ihn nun der Strich „~“ mit der Wirklichkeit zum Stimmen bringen? Das, was in „~p“ verneint, ist aber nicht das „~“, sondern dasjenige, was allen Zeichen dieser Notation, welche p verneinen, gemeinsam ist. Also die gemeinsame Regel, nach welcher „~p“, „~~~p“, „~p ∨ ~p“, „~p . ~p“, etc. etc. (ad inf.) gebildet werden. Und dies Gemeinsame spiegelt die Verneinung wieder.	“~p” is true if “p” is false. So in the true proposition “~p”, “p” is a false proposition. How then can the stroke “~” make it agree with reality? But what does the negating in “~p” is not the “~”; it is what all the signs of this notation that negate p have in common. That is, the common rule according to which “~p”, “~~~p”, “~p ∨ ~p”, “~p . ~p”, etc. etc. (ad inf.) are constructed. And this common factor mirrors negation.
5.513	Man könnte sagen: Das Gemeinsame aller Symbole, die sowohl p als q bejahen, ist der Satz „p . q“. Das Gemeinsame aller Symbole, die entweder p oder q bejahen, ist der Satz „p ∨ q“. Und so kann man sagen: Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn sie nichts miteinander gemein haben, und: Jeder Satz hat nur ein Negativ, weil es nur einen Satz gibt, der ganz außerhalb seiner liegt. Es zeigt sich so auch in Russells Notation, dass „q : p ∨ ~p“ dasselbe sagt wie „q“; dass „p ∨ ~p“ nichts sagt.	One could say: what all symbols that affirm both p and q have in common is the proposition “p . q”. What all symbols that affirm either p or q have in common is the proposition “p ∨ q”. And so one can say: two propositions are opposed to each other if they have nothing in common with each other; and: every proposition has only one negative, because there is only one proposition that lies entirely outside it. Thus it also shows itself in Russell’s notation that “q : p ∨ ~p” says the same as “q”; that “p ∨ ~p” says nothing.
5.514	Ist eine Notation festgelegt, so gibt es in ihr eine Regel, nach der alle p verneinenden Sätze gebildet werden, eine Regel, nach der alle p bejahenden Sätze gebildet werden, eine Regel, nach der alle p oder q bejahenden Sätze gebildet werden, u. s. f. Diese Regeln sind den Symbolen äquivalent und in ihnen spiegelt sich ihr Sinn wieder.	Once a notation has been fixed, there is in it a rule according to which all propositions negating p are constructed, a rule according to which all propositions affirming p are constructed, a rule according to which all propositions affirming p or q are constructed, and so on. These rules are equivalent to the symbols, and in them their sense is mirrored.
5.515	Es muss sich an unseren Symbolen zeigen, dass das, was durch „∨“, „.“, etc. miteinander verbunden ist, Sätze sein müssen. Und dies ist auch der Fall, denn das Symbol „p“ und „q“ setzt ja selbst das „∨“, „~“, etc. voraus. Wenn das Zeichen „p“ in „p ∨ q“ nicht für ein komplexes Zeichen steht, dann kann es allein nicht Sinn haben; dann können aber auch die mit „p“ gleichsinnigen Zeichen „p ∨ p“, „p . p“, etc. keinen Sinn haben. Wenn aber „p ∨ p“ keinen Sinn hat, dann kann auch „p ∨ q“ keinen Sinn haben.	It must show itself in our symbols that what is combined by “∨”, “.”, etc. must be propositions. And this is indeed the case, for the symbols “p” and “q” themselves presuppose “∨”, “~”, etc. If the sign “p” in “p ∨ q” does not stand for a complex sign, then it cannot have sense on its own; but then the signs with the same sense as “p”, namely “p ∨ p”, “p . p”, etc., cannot have sense either. And if “p ∨ p” has no sense, then “p ∨ q” cannot have sense either.
5.5151		

	GERMAN	ENGLISH
	Muss das Zeichen des negativen Satzes mit dem Zeichen des positiven gebildet werden? Warum sollte man den negativen Satz nicht durch eine negative Tatsache ausdrücken können. (Etwa: Wenn „a“ nicht in einer bestimmten Beziehung zu „b“ steht, könnte das ausdrücken, dass aRb nicht der Fall ist.)	Must the sign of a negative proposition be constructed with the sign of the positive one? Why should it not be possible to express a negative proposition by means of a negative fact? (For example: if “a” does not stand in a certain relation to “b”, that could express that aRb is not the case.)
	Aber auch hier ist ja der negative Satz indirekt durch den positiven gebildet.	But here too the negative proposition is, after all, constructed indirectly by means of the positive.
	Der positive *Satz* muss die Existenz des negativen *Satzes* voraussetzen und umgekehrt.	A positive *proposition* must presuppose the existence of the negative *proposition*, and vice versa.
5.52	Sind die Werte von ξ sämtliche Werte einer Funktion fx für alle Werte von x, so wird N(ξ) = ~(∃x).fx.	If the values of ξ are all the values of a function fx for all values of x, then N(ξ) = ~(∃x).fx.
5.521	Ich trenne den Begriff *Alle* von der Wahrheitsfunktion.	I separate the concept *all* from the truth-function.
	Frege und Russell haben die Allgemeinheit in Verbindung mit dem logischen Produkt oder der logischen Summe eingeführt. So wurde es schwer, die Sätze „(∃x).fx“ und „(x).fx“, in welchen beide Ideen beschlossen liegen, zu verstehen.	Frege and Russell introduced generality in connection with the logical product or the logical sum. This made it hard to understand the propositions “(∃x).fx” and “(x).fx”, in which both ideas are embedded.
5.522	Das Eigentümliche der Allgemeinheitsbezeichnung ist erstens, dass sie auf ein logisches Urbild hinweist, und zweitens, dass sie Konstante hervorhebt.	What is peculiar to the notation for generality is, first, that it points to a logical prototype and, second, that it gives prominence to constants.
5.523	Die Allgemeinheitsbezeichnung tritt als Argument auf.	The notation for generality occurs as an argument.
5.524	Wenn die Gegenstände gegeben sind, so sind uns damit auch schon *alle* Gegenstände gegeben.	If objects are given, then *all* objects are thereby already given to us.
	Wenn die Elementarsätze gegeben sind, so sind damit auch *alle* Elementarsätze gegeben.	If elementary propositions are given, then *all* elementary propositions are thereby given too.
5.525	Es ist unrichtig, den Satz „(∃x).fx“ – wie Russell dies tut – in Worten durch „fx ist *möglich*“ wiederzugeben.	It is incorrect to render the proposition “(∃x).fx” in words—as Russell does—by “fx is *possible*”.
	Gewissheit, Möglichkeit oder Unmöglichkeit einer Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern dadurch, dass ein Ausdruck eine Tautologie, ein sinnvoller Satz oder eine Kontradiktion ist.	Certainty, possibility or impossibility of a situation is not expressed by a proposition, but by an expression’s being a tautology, a proposition with sense, or a contradiction.
	Jener Präzedenzfall, auf den man sich immer berufen möchte, muss schon im Symbol selber liegen.	The precedent to which one would always like to appeal must already lie in the symbol itself.
5.526	Man kann die Welt vollständig durch vollkommen verallgemeinerte Sätze beschreiben, das heißt also, ohne irgendeinen Namen von vornherein einem bestimmten Gegenstand zuzuordnen.	The world can be completely described by fully generalized propositions, that is, without assigning any name to a particular object in advance.
	Um dann auf die gewöhnliche Ausdrucksweise zu kommen, muss man einfach nach einem Ausdruck: „Es gibt ein und nur ein x, welches …“ sagen: Und dies x ist a.	Then, to arrive at the ordinary way of expressing things, one simply has to say, after an expression “There is one and only one x such that …”: And this x is a.
5.5261	Ein vollkommen verallgemeinerter Satz ist, wie jeder andere Satz, zusammengesetzt. (Dies zeigt sich daran,	A fully generalized proposition is composite, like every other proposition. (This shows itself in the

	GERMAN	ENGLISH
	dass wir in „(∃x, φ).φx“ „φ“ und „x“ getrennt erwähnen müssen. Beide stehen unabhängig in bezeichnenden Beziehungen zur Welt, wie im unverallgemeinerten Satz.) Kennzeichen des zusammengesetzten Symbols: Es hat etwas mit *anderen* Symbolen gemeinsam.	fact that in “(∃x, ϕ).ϕx” we have to mention “ϕ” and “x” separately. Both stand independently in signifying relations to the world, as in the ungeneralized proposition.) Mark of a composite symbol: it has something in common with *other* symbols.
5.5262	Es verändert ja die Wahr- oder Falschheit *jedes* Satzes etwas am allgemeinen Bau der Welt. Und der Spielraum, welcher ihrem Bau durch die Gesamtheit der Elementarsätze gelassen wird, ist eben derjenige, welchen die ganz allgemeinen Sätze begrenzen. (Wenn ein Elementarsatz wahr ist, so ist damit doch jedenfalls Ein Elementarsatz *mehr* wahr.)	For the truth or falsity of *every* proposition changes something in the general construction of the world. And the room left to its construction by the totality of elementary propositions is precisely the room that the wholly general propositions delimit. (If an elementary proposition is true, then at any rate one *more* elementary proposition is true.)
5.53	Gleichheit des Gegenstandes drücke ich durch Gleichheit des Zeichens aus, und nicht mit Hilfe eines Gleichheitszeichens. Verschiedenheit der Gegenstände durch Verschiedenheit der Zeichen.	Identity of object I express by identity of sign, and not by means of a sign of identity. Difference of objects by difference of signs.
5.5301	Dass die Identität keine Relation zwischen Gegenständen ist, leuchtet ein. Dies wird sehr klar, wenn man z. B. den Satz „(x):fx .⊃. x = a“ betrachtet. Was dieser Satz sagt, ist einfach, dass *nur* a der Funktion f genügt, und nicht, dass nur solche Dinge der Funktion f genügen, welche eine gewisse Beziehung zu a haben. Man könnte nun freilich sagen, dass eben *nur* a diese Beziehung zu a habe, aber, um dies auszudrücken, brauchten wir das Gleichheitszeichen selber.	That identity is not a relation between objects is obvious. This becomes very clear if one considers, for example, the proposition “(x):fx .⊃. x = a”. What this proposition says is simply that *only* a satisfies the function f, and not that only things that have a certain relation to a satisfy the function f. One could of course say that *only* a has this relation to a; but to express that, we would need the sign of identity itself.
5.5302	Russells Definition von „=“ genügt nicht; weil man nach ihr nicht sagen kann, dass zwei Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben. (Selbst wenn dieser Satz nie richtig ist, hat er doch *Sinn*.)	Russell’s definition of “=” is inadequate, because according to it one cannot say that two objects have all their properties in common. (Even if this proposition is never true, it still has *sense*.)
5.5303	Beiläufig gesprochen: Von *zwei* Dingen zu sagen, sie seien identisch, ist ein Unsinn, und von *Einem* zu sagen, es sei identisch mit sich selbst, sagt gar nichts.	Incidentally: to say of *two* things that they are identical is nonsense, and to say of *one* thing that it is identical with itself says nothing at all.
5.531	Ich schreibe also nicht „f(a,b) . a = b“, sondern „f(a,a)“ (oder „f(b,b)“). Und nicht „f(a,b) . ~a = b“, sondern „f(a,b)“.	So I do not write “f(a,b) . a = b” but “f(a,a)” (or “f(b,b)”). And not “f(a,b) . ~a = b” but “f(a,b)”.
5.532	Und analog: Nicht „(∃x,y).f(x,y) . x = y“, sondern „(∃x).f(x,x)“; und nicht „(∃x,y).f(x,y) . ~x = y“, sondern „(∃x,y).f(x,y)“. (Also statt des Russell’schen „(∃x,y). f(x,y)“: „(∃x,y).f(x,y) .∨. (∃x).f(x,x)“.)	And similarly: not “(∃x,y).f(x,y) . x = y” but “(∃x).f(x,x)”; and not “(∃x,y).f(x,y) . ~x = y” but “(∃x,y).f(x,y)”. (So instead of Russell’s “(∃x,y). f(x,y)”: “(∃x,y).f(x,y) .∨. (∃x).f(x,x)”.)
5.5321	Statt „(x):fx ⊃ x = a“ schreiben wir also z. B. „(∃x).fx .⊃. fa : ~(∃x,y).fx . fy“.	So instead of “(x):fx ⊃ x = a” we write, for example, “(∃x).fx .⊃. fa : ~(∃x,y).fx . fy”.

	GERMAN	ENGLISH
	Und der Satz: „*nur* Ein x befriedigt f()“ lautet: „(∃x).fx : ~(∃x,y).fx . fy“.	And the proposition “*only* one x satisfies f()” reads: “(∃x).fx : ~(∃x,y).fx . fy”.
5.533	Das Gleichheitszeichen ist also kein wesentlicher Bestandteil der Begriffsschrift.	The sign of identity is therefore not an essential constituent of a concept-script.
5.534	Und nun sehen wir, dass Scheinsätze wie: „a = a“, „a = b . b = c .⊃ a = c“, „(x).x = x“, „(∃x).x = a“, etc. sich in einer richtigen Begriffsschrift gar nicht hinschreiben lassen.	And now we see that pseudo-propositions like “a = a”, “a = b . b = c .⊃ a = c”, “(x).x = x”, “(∃x).x = a”, etc. cannot be written down at all in a correct concept-script.
5.535	Damit erledigen sich auch alle Probleme, die an solche Scheinsätze geknüpft waren. Alle Probleme, die Russells „Axiom of Infinity“ mit sich bringt, sind schon hier zu lösen. Das, was das Axiom of Infinity sagen soll, würde sich in der Sprache dadurch ausdrücken, dass es unendlich viele Namen mit verschiedener Bedeutung gäbe.	This also disposes of all the problems that were bound up with such pseudo-propositions. All the problems that Russell’s “Axiom of Infinity” brings with it can already be solved here. What the Axiom of Infinity is meant to say would be expressed in language by there being infinitely many names with different meanings.
5.5351	Es gibt gewisse Fälle, wo man in Versuchung gerät, Ausdrücke von der Form „a = a“ oder „p ⊃ p“ u. dgl. zu benützen. Und zwar geschieht dies, wenn man von dem Urbild: Satz, Ding, etc. reden möchte. So hat Russell in den „Principles of Mathematics“ den Unsinn „p ist ein Satz“ in Symbolen durch „p ⊃ p“ wiedergegeben und als Hypothese vor gewisse Sätze gestellt, damit deren Argumentstellen nur von Sätzen besetzt werden könnten. (Es ist schon darum Unsinn, die Hypothese p ⊃ p vor einen Satz zu stellen, um ihm Argumente der richtigen Form zu sichern, weil die Hypothese für einen Nicht-Satz als Argument nicht falsch, sondern unsinnig wird, und weil der Satz selbst durch die unrichtige Gattung von Argumenten unsinnig wird, also sich selbst ebenso gut, oder so schlecht, vor den unrechten Argumenten bewahrt wie die zu diesem Zweck angehängte sinnlose Hypothese.)	There are certain cases in which one is tempted to use expressions of the form “a = a” or “p ⊃ p” and the like. This happens when one wants to talk about the prototype: proposition, thing, etc. Thus in “Principles of Mathematics” Russell rendered the nonsense “p is a proposition” in symbols by “p ⊃ p” and placed it as a hypothesis in front of certain propositions, so that their argument places could only be occupied by propositions. (It is nonsense to place the hypothesis p ⊃ p in front of a proposition to ensure that it gets arguments of the right form, if only because the hypothesis, given a non-proposition as argument, becomes not false but nonsensical, and because the proposition itself becomes nonsensical when given the wrong kind of arguments, and so it protects itself against the wrong arguments just as well, or just as badly, as the senseless hypothesis attached for that purpose.)
5.5352	Ebenso wollte man „Es gibt keine *Dinge*“ ausdrücken durch „~(∃x).x = x“. Aber selbst wenn dies ein Satz wäre – wäre er nicht auch wahr, wenn es zwar „Dinge gäbe“, aber diese nicht mit sich selbst identisch wären?	In the same way, people wanted to express “There are no *things*” by “~(∃x).x = x”. But even if this were a proposition—would it not also be true if there “were things” but they were not identical with themselves?
5.54	In der allgemeinen Satzform kommt der Satz im Satze nur als Basis der Wahrheitsoperationen vor.	In the general propositional form, a proposition occurs in a proposition only as a base of truth-operations.
5.541	Auf den ersten Blick scheint es, als könne ein Satz in einem anderen auch auf andere Weise vorkommen.	At first sight it looks as if a proposition could also occur in another in a different way.

	GERMAN	ENGLISH
	Besonders in gewissen Satzformen der Psychologie, wie „A glaubt, dass p der Fall ist“, oder „A denkt p“, etc. Hier scheint es nämlich oberflächlich, als stünde der Satz p zu einem Gegenstand A in einer Art von Relation. (Und in der modernen Erkenntnistheorie (Russell, Moore, etc.) sind jene Sätze auch so aufgefasst worden.)	Particularly in certain propositional forms of psychology, such as “A believes that p is the case” or “A thinks p”, etc. For here it looks superficially as if the proposition p stood in some kind of relation to an object A. (And in modern theory of knowledge (Russell, Moore, etc.) these propositions have indeed been understood in this way.)[3]
5.542	Es ist aber klar, dass „A glaubt, dass p“, „A denkt p“, „A sagt p“ von der Form „‚p‘ sagt p“ sind: Und hier handelt es sich nicht um eine Zuordnung von einer Tatsache und einem Gegenstand, sondern um die Zuordnung von Tatsachen durch Zuordnung ihrer Gegenstände.	But it is clear that “A believes that p”, “A thinks p”, “A says p” are of the form “‘p’ says p”: and here what is at issue is not a correlation of a fact with an object, but the correlation of facts by means of the correlation of their objects.
5.5421	Dies zeigt auch, dass die Seele – das Subjekt etc. – wie sie in der heutigen oberflächlichen Psychologie aufgefasst wird, ein Unding ist. Eine zusammengesetzte Seele wäre nämlich keine Seele mehr.	This also shows that the soul—the subject, etc.—as it is conceived in the superficial psychology of today, is an absurdity. For a composite soul would no longer be a soul.
5.5422	Die richtige Erklärung der Form des Satzes „A urteilt p“ muss zeigen, dass es unmöglich ist, einen Unsinn zu urteilen. (Russells Theorie genügt dieser Bedingung nicht.)	The correct explanation of the form of the proposition “A judges p” must show that it is impossible to judge a nonsense. (Russell’s theory does not satisfy this condition.)
5.5423	Einen Komplex wahrnehmen heißt wahrnehmen, dass sich seine Bestandteile so und so zu einander verhalten. Dies erklärt wohl auch, dass man die Figur [Abbildung: Würfel] auf zweierlei Art als Würfel sehen kann; und alle ähnlichen Erscheinungen. Denn wir sehen eben wirklich zwei verschiedene Tatsachen. (Sehe ich erst auf die Ecken a und nur flüchtig auf b, so erscheint a vorne; und umgekehrt.)	To perceive a complex means to perceive that its constituents are related to one another in such-and-such a way. This presumably also explains why the figure [Figure: cube] can be seen as a cube in two ways; and all similar phenomena. For we really do see two different facts. (If I look first at the corners a and only glance at b, a appears in front; and vice versa.)
5.55	Wir müssen nun die Frage nach allen möglichen Formen der Elementarsätze a priori beantworten. Der Elementarsatz besteht aus Namen. Da wir aber die Anzahl der Namen von verschiedener Bedeutung nicht angeben können, so können wir auch nicht die Zusammensetzung des Elementarsatzes angeben.	We must now answer a priori the question about all the possible forms of elementary propositions. An elementary proposition consists of names. But since we cannot give the number of names with different meanings, we cannot give the composition of the elementary proposition either.
5.551	Unser Grundsatz ist, dass jede Frage, die sich überhaupt durch die Logik entscheiden lässt, sich ohne weiteres entscheiden lassen muss.	Our fundamental principle is that every question that can be decided by logic at all must be decidable straight off.

	GERMAN	ENGLISH
	(Und wenn wir in die Lage kommen, ein solches Problem durch Ansehen der Welt beantworten zu müssen, so zeigt dies, dass wir auf grundfalscher Fährte sind.)	(And if we get into a position where we have to answer such a problem by looking at the world, this shows that we are on a fundamentally wrong track.)
5.552	Die „Erfahrung", die wir zum Verstehen der Logik brauchen, ist nicht die, dass sich etwas so und so verhält, sondern, dass etwas *ist*: aber das ist eben *keine* Erfahrung. Die Logik ist *vor* jeder Erfahrung – dass etwas *so* ist. Sie ist vor dem Wie, nicht vor dem Was.	The "experience" we need in order to understand logic is not that something is so-and-so, but that something *is*: but that is precisely *not* an experience. Logic is *prior to* every experience—that something is *so*. It is prior to the How, not prior to the What.
5.5521	Und wenn dies nicht so wäre, wie könnten wir die Logik anwenden? Man könnte sagen: Wenn es eine Logik gäbe, auch wenn es keine Welt gäbe, wie könnte es dann eine Logik geben, da es eine Welt gibt.	And if this were not so, how could we apply logic? One could say: if there were a logic even if there were no world, how then could there be a logic, given that there is a world?
5.553	Russell sagte, es gäbe einfache Relationen zwischen verschiedenen Anzahlen von Dingen (Individuals). Aber zwischen welchen Anzahlen? Und wie soll sich das entscheiden? – Durch die Erfahrung? (Eine ausgezeichnete Zahl gibt es nicht.)	Russell said there were simple relations between different numbers of things (individuals). But between which numbers? And how is that to be decided?—By experience? (There is no privileged number.)
5.554	Die Angabe jeder speziellen Form wäre vollkommen willkürlich.	Giving any particular form would be completely arbitrary.
5.5541	Es soll sich a priori angeben lassen, ob ich z. B. in die Lage kommen kann, etwas mit dem Zeichen einer 27-stelligen Relation bezeichnen zu müssen.	It is supposed to be possible to say a priori whether, for example, I may find myself in a position where I have to signify something with the sign of a 27-place relation.
5.5542	Dürfen wir denn aber überhaupt so fragen? Können wir eine Zeichenform aufstellen und nicht wissen, ob ihr etwas entsprechen könne? Hat die Frage einen Sinn: Was muss *sein*, damit etwas der-Fall-sein kann?	But may we even ask such a thing at all? Can we set up a form of sign and not know whether anything could correspond to it? Does the question make sense: what must *be* in order for something to be-the-case?
5.555	Es ist klar, wir haben vom Elementarsatz einen Begriff, abgesehen von seiner besonderen logischen Form. Wo man aber Symbole nach einem System bilden kann, dort ist dieses System das logisch wichtige und nicht die einzelnen Symbole. Und wie wäre es auch möglich, dass ich es in der Logik mit Formen zu tun hätte, die ich erfinden kann; sondern mit dem muss ich es zu tun haben, was es mir möglich macht, sie zu erfinden.	It is clear that we have a concept of the elementary proposition, apart from its particular logical form. But where symbols can be constructed according to a system, it is the system that matters logically, and not the individual symbols. And how could it be that in logic I should be dealing with forms that I can invent? What I must be dealing with is what makes it possible for me to invent them.
5.556		

3 G. E. Moore (1873–1958), English philosopher and Russell's colleague at Cambridge.

	GERMAN	ENGLISH
	Eine Hierarchie der Formen der Elementarsätze kann es nicht geben. Nur was wir selbst konstruieren, können wir voraussehen.	There cannot be a hierarchy of the forms of elementary propositions. Only what we construct ourselves can we foresee.
5.5561	Die empirische Realität ist begrenzt durch die Gesamtheit der Gegenstände. Die Grenze zeigt sich wieder in der Gesamtheit der Elementarsätze. Die Hierarchien sind, und müssen unabhängig von der Realität sein.	Empirical reality is limited by the totality of objects. The limit shows itself again in the totality of elementary propositions. The hierarchies are, and must be, independent of reality.
5.5562	Wissen wir aus rein logischen Gründen, dass es Elementarsätze geben muss, dann muss es jeder wissen, der die Sätze in ihrer unanalysierten Form versteht.	If we know on purely logical grounds that there must be elementary propositions, then everyone who understands propositions in their unanalyzed form must know it.
5.5563	Alle Sätze unserer Umgangssprache sind tatsächlich, so wie sie sind, logisch vollkommen geordnet. – Jenes Einfachste, was wir hier angeben sollen, ist nicht ein Gleichnis der Wahrheit, sondern die volle Wahrheit selbst. (Unsere Probleme sind nicht abstrakt, sondern vielleicht die konkretesten, die es gibt.)	All the propositions of our everyday language are actually, just as they are, in perfect logical order.—That simplest thing we are supposed to give here is not a likeness of the truth but the full truth itself. (Our problems are not abstract but perhaps the most concrete there are.)
5.557	Die *Anwendung* der Logik entscheidet darüber, welche Elementarsätze es gibt. Was in der Anwendung liegt, kann die Logik nicht vorausnehmen. Das ist klar: Die Logik darf mit ihrer Anwendung nicht kollidieren. Aber die Logik muss sich mit ihrer Anwendung berühren. Also dürfen die Logik und ihre Anwendung einander nicht übergreifen.	The *application* of logic decides which elementary propositions there are. What lies in the application, logic cannot anticipate. This much is clear: logic must not clash with its application. But logic must be in contact with its application. So logic and its application must not overlap.
5.5571	Wenn ich die Elementarsätze nicht a priori angeben kann, dann muss es zu offenbarem Unsinn führen, sie angeben zu wollen.	If I cannot give the elementary propositions a priori, then trying to give them must lead to obvious nonsense.
5.6	*Die Grenzen meiner Sprache* bedeuten die Grenzen meiner Welt.	*The limits of my language* mean the limits of my world.
5.61	Die Logik erfüllt die Welt; die Grenzen der Welt sind auch ihre Grenzen. Wir können also in der Logik nicht sagen: Das und das gibt es in der Welt, jenes nicht. Das würde nämlich scheinbar voraussetzen, dass wir gewisse Möglichkeiten ausschließen, und dies kann nicht der Fall sein, da sonst die Logik über die Grenzen der Welt hinaus müsste; wenn sie nämlich diese Grenzen auch von der anderen Seite betrachten könnte.	Logic fills the world; the limits of the world are also its limits. So we cannot say in logic: this and this exists in the world, that does not. For that would apparently presuppose that we exclude certain possibilities, and this cannot be the case, since otherwise logic would have to go beyond the limits of the world: that is, if it could view these limits from the other side as well.

	GERMAN	ENGLISH
	Was wir nicht denken können, das können wir nicht denken; wir können also auch nicht *sagen*, was wir nicht denken können.	What we cannot think, we cannot think; so we also cannot *say* what we cannot think.
5.62	Diese Bemerkung gibt den Schlüssel zur Entscheidung der Frage, inwieweit der Solipsismus eine Wahrheit ist. Was der Solipsismus nämlich *meint*, ist ganz richtig, nur lässt es sich nicht *sagen*, sondern es zeigt sich. Dass die Welt *meine* Welt ist, das zeigt sich darin, dass die Grenzen *der* Sprache (der Sprache, die allein ich verstehe) die Grenzen *meiner* Welt bedeuten.	This remark provides the key to deciding the question of how far solipsism is a truth. For what solipsism *means* is quite correct; only it cannot be *said*, but shows itself. That the world is *my* world shows itself in the fact that the limits of *the* language (the language that I alone understand) mean the limits of *my* world.[4]
5.621	Die Welt und das Leben sind Eins.	The world and life are one.
5.63	Ich bin meine Welt. (Der Mikrokosmos.)	I am my world. (The microcosm.)
5.631	Das denkende, vorstellende, Subjekt gibt es nicht. Wenn ich ein Buch schriebe „Die Welt, wie ich sie vorfand", so wäre darin auch über meinen Leib zu berichten und zu sagen, welche Glieder meinem Willen unterstehen und welche nicht, etc., dies ist nämlich eine Methode, das Subjekt zu isolieren, oder vielmehr zu zeigen, dass es in einem wichtigen Sinne kein Subjekt gibt: Von ihm allein nämlich könnte in diesem Buche *nicht* die Rede sein.—	The thinking, presenting subject does not exist. If I wrote a book called "The World as I Found It", I would also have to report on my body in it, and say which parts are subject to my will and which are not, etc. This is in fact a method of isolating the subject, or rather of showing that in an important sense there is no subject: for it alone could *not* be mentioned in that book.—
5.632	Das Subjekt gehört nicht zur Welt, sondern es ist eine Grenze der Welt.	The subject does not belong to the world; rather, it is a limit of the world.
5.633	Wo *in* der Welt ist ein metaphysisches Subjekt zu merken? Du sagst, es verhält sich hier ganz wie mit Auge und Gesichtsfeld. Aber das Auge siehst du wirklich *nicht*. Und nichts *am Gesichtsfeld* lässt darauf schließen, dass es von einem Auge gesehen wird.	Where *in* the world is a metaphysical subject to be found? You say that this is just like the case of the eye and the visual field. But you really do *not* see the eye. And nothing *in the visual field* allows you to infer that it is seen by an eye.
5.6331	Das Gesichtsfeld hat nämlich nicht etwa eine solche Form: Auge — [Abbildung: Auge und Gesichtsfeld]	For the visual field does not have, say, a form like this: Eye—[Figure: eye and visual field]
5.634	Das hängt damit zusammen, dass kein Teil unserer Erfahrung auch a priori ist. Alles, was wir sehen, könnte auch anders sein. Alles, was wir überhaupt beschreiben können, könnte auch anders sein. Es gibt keine Ordnung der Dinge a priori.	This is connected with the fact that no part of our experience is also a priori. Everything we see could also be otherwise. Everything we can describe at all could also be otherwise. There is no a priori order of things.
5.64	Hier sieht man, dass der Solipsismus, streng durchgeführt, mit dem reinen Realismus zusammenfällt.	Here we see that solipsism, strictly carried through, coincides with pure realism. The I of sol-

4 Solipsism: the view that only oneself and one's own experience can be known to exist.

	GERMAN	ENGLISH
	Das Ich des Solipsismus schrumpft zum ausdehnungslosen Punkt zusammen, und es bleibt die ihm koordinierte Realität.	ipsism shrinks to an extensionless point, and what remains is the reality coordinated with it.
5.641	Es gibt also wirklich einen Sinn, in welchem in der Philosophie nichtpsychologisch vom Ich die Rede sein kann. Das Ich tritt in die Philosophie dadurch ein, dass „die Welt meine Welt ist“. Das philosophische Ich ist nicht der Mensch, nicht der menschliche Körper, oder die menschliche Seele, von der die Psychologie handelt, sondern das metaphysische Subjekt, die Grenze –nicht ein Teil – der Welt.	So there really is a sense in which philosophy can talk about the I non-psychologically. The I enters philosophy through the fact that “the world is my world”. The philosophical I is not the human being, not the human body, or the human soul that psychology deals with, but the metaphysical subject, the limit—not a part—of the world.

Proposition 6

The general form of a truth-function

	GERMAN	ENGLISH
6	Die allgemeine Form der Wahrheitsfunktion ist: [p̄, ξ̄, N(ξ̄)]. Dies ist die allgemeine Form des Satzes.	The general form of a truth-function is: [p̄, ξ̄, N(ξ̄)]. This is the general form of a proposition.
6.001	Dies sagt nichts anderes, als dass jeder Satz ein Resultat der successiven Anwendung der Operation N'(ξ̄) auf die Elementarsätze ist.	This says nothing other than that every proposition is a result of successive applications of the operation N'(ξ̄) to the elementary propositions.
6.002	Ist die allgemeine Form gegeben, wie ein Satz gebaut ist, so ist damit auch schon die allgemeine Form davon gegeben, wie aus einem Satz durch eine Operation ein anderer erzeugt werden kann.	If we are given the general form of how a proposition is constructed, then we are thereby also given the general form of how one proposition can be generated from another by means of an operation.
6.01	Die allgemeine Form der Operation Ω'(η̄) ist also: [ξ̄, N(ξ̄)]' (η̄) (= [η̄, ξ̄, N(ξ̄)]). Das ist die allgemeinste Form des Überganges von einem Satz zum anderen.	The general form of an operation Ω'(η̄) is therefore: [ξ̄, N(ξ̄)]' (η̄) (= [η̄, ξ̄, N(ξ̄)]). This is the most general form of transition from one proposition to another.
6.02	Und *so* kommen wir zu den Zahlen: Ich definiere x = Ω⁰'x Def. und Ω'Ω^{ν}'x = Ω^{ν+1}'x Def. Nach diesen Zeichenregeln schreiben wir also die Reihe x, Ω'x, Ω'Ω'x, Ω'Ω'Ω'x, ... so: Ω⁰'x, Ω^{0 + 1}'x, Ω^{0 + 1 + 1}'x, Ω^{0 + 1 + 1 + 1}'x, ... Also schreibe ich statt „[x, ξ, Ω'ξ]“: „[Ω⁰'x, Ω^{ν}'x, Ω^{ν + 1}'x]“. Und definiere: 0 + 1 = 1 Def. 0 + 1 + 1 = 2 Def. 0 + 1 + 1 + 1 = 3 Def. (u. s. f.)	And *this* is how we arrive at numbers. I define x = Ω⁰'x Def. and Ω'Ω^{ν}'x = Ω^{ν+1}'x Def. Following these rules for signs, then, we write the series x, Ω'x, Ω'Ω'x, Ω'Ω'Ω'x, ... as: Ω⁰'x, Ω^{0 + 1}'x, Ω^{0 + 1 + 1}'x, Ω^{0 + 1 + 1 + 1}'x, ... So instead of “[x, ξ, Ω'ξ]” I write: “[Ω⁰'x, Ω^{ν}'x, Ω^{ν + 1}'x]”. And I define: 0 + 1 = 1 Def. 0 + 1 + 1 = 2 Def. 0 + 1 + 1 + 1 = 3 Def. (and so on)
6.021	Die Zahl ist der Exponent einer Operation.	A number is the exponent of an operation.
6.022	Der Zahlbegriff ist nichts anderes als das Gemeinsame aller Zahlen, die allgemeine Form der Zahl. Der Zahlbegriff ist die variable Zahl.	The concept of number is nothing other than what all numbers have in common: the general form of number.

	GERMAN	ENGLISH
	Und der Begriff der Zahlengleichheit ist die allgemeine Form aller speziellen Zahlengleichheiten.	The concept of number is the variable number. And the concept of numerical equality is the general form of all particular numerical equalities.
6.03	Die allgemeine Form der ganzen Zahl ist: [0, ξ, ξ + 1].	The general form of a whole number is: [0, ξ, ξ + 1].
6.031	Die Theorie der Klassen ist in der Mathematik ganz überflüssig. Dies hängt damit zusammen, dass die Allgemeinheit, welche wir in der Mathematik brauchen, nicht die *zufällige* ist.	The theory of classes is completely superfluous in mathematics. This is connected with the fact that the generality we need in mathematics is not *accidental* generality.
6.1	Die Sätze der Logik sind Tautologien.	The propositions of logic are tautologies.
6.11	Die Sätze der Logik sagen also Nichts. (Sie sind die analytischen Sätze.)	The propositions of logic therefore say nothing. (They are the analytic propositions.)
6.111	Theorien, die einen Satz der Logik gehaltvoll erscheinen lassen, sind immer falsch. Man könnte z. B. glauben, dass die Worte „wahr“ und „falsch“ zwei Eigenschaften unter anderen Eigenschaften bezeichnen, und da erschiene es als eine merkwürdige Tatsache, dass jeder Satz eine dieser Eigenschaften besitzt. Das scheint nun nichts weniger als selbstverständlich zu sein, ebensowenig selbstverständlich, wie etwa der Satz, „alle Rosen sind entweder gelb oder rot“ klänge, auch wenn er wahr wäre. Ja, jener Satz bekommt nun ganz den Charakter eines naturwissenschaftlichen Satzes, und dies ist das sichere Anzeichen dafür, dass er falsch aufgefasst wurde.	Theories that make a proposition of logic appear to have content are always false. One might believe, for example, that the words “true” and “false” signify two properties among other properties; and then it would seem a remarkable fact that every proposition possesses one of these properties. That now seems anything but self-evident—no more self-evident than, say, the proposition “all roses are either yellow or red” would sound, even if it were true. Indeed, the former proposition now takes on the full character of a proposition of natural science, and this is the sure sign that it has been misconceived.
6.112	Die richtige Erklärung der logischen Sätze muss ihnen eine einzigartige Stellung unter allen Sätzen geben.	The correct explanation of the propositions of logic must give them a unique position among all propositions.
6.113	Es ist das besondere Merkmal der logischen Sätze, dass man am Symbol allein erkennen kann, dass sie wahr sind, und diese Tatsache schließt die ganze Philosophie der Logik in sich. Und so ist es auch eine der wichtigsten Tatsachen, dass sich die Wahrheit oder Falschheit der nichtlogischen Sätze *nicht* am Satz allein erkennen lässt.	It is the special mark of logical propositions that one can recognize from the symbol alone that they are true; and this fact contains within it the whole philosophy of logic. And so it is also one of the most important facts that the truth or falsity of non-logical propositions can *not* be recognized from the proposition alone.
6.12	Dass die Sätze der Logik Tautologien sind, das *zeigt* die formalen – logischen – Eigenschaften der Sprache, der Welt. Dass ihre Bestandteile *so* verknüpft eine Tautologie ergeben, das charakterisiert die Logik ihrer Bestandteile. Damit Sätze, auf bestimmte Art und Weise verknüpft, eine Tautologie ergeben, dazu müssen sie bestimmte Eigenschaften der Struktur haben. Dass sie *so* verbunden	That the propositions of logic are tautologies *shows* the formal—logical—properties of language, of the world. That their constituents, connected *in this way*, yield a tautology characterizes the logic of their constituents. For propositions connected in a particular way to yield a tautology, they must have particular prop-

	GERMAN	ENGLISH
	eine Tautologie ergeben, zeigt also, dass sie diese Eigenschaften der Struktur besitzen.	erties of structure. So the fact that, connected *in this way*, they yield a tautology shows that they possess these properties of structure.
6.1201	Dass z. B. die Sätze „p“ und „~p“ in der Verbindung „~(p . ~p)“ eine Tautologie ergeben, zeigt, dass sie einander widersprechen. Dass die Sätze „p ⊃ q“, „p“ und „q“ in der Form „(p ⊃ q) . (p) :⊃: (q)“ miteinander verbunden eine Tautologie ergeben, zeigt, dass q aus p und p ⊃ q folgt. Dass „(x).fx :⊃: fa“ eine Tautologie ist, dass fa aus (x).fx folgt. etc. etc.	That, for example, the propositions “p” and “~p” in the combination “~(p . ~p)” yield a tautology shows that they contradict each other. That the propositions “p ⊃ q”, “p” and “q”, combined with one another in the form “(p ⊃ q) . (p) :⊃: (q)”, yield a tautology shows that q follows from p and p ⊃ q. That “(x).fx :⊃: fa” is a tautology shows that fa follows from (x).fx. Etc., etc.
6.1202	Es ist klar, dass man zu demselben Zweck statt der Tautologien auch die Kontradiktionen verwenden könnte.	It is clear that one could use contradictions instead of tautologies for the same purpose.
6.1203	Um eine Tautologie als solche zu erkennen, kann man sich, in den Fällen, in welchen in der Tautologie keine Allgemeinheitsbezeichnung vorkommt, folgender anschaulichen Methode bedienen: Ich schreibe statt „p“, „q“, „r“ etc. „W p F“, „W q F“, „W r F“ etc. Die Wahrheitskombinationen drücke ich durch Klammern aus, z. B.: [Abbildung] und die Zuordnung der Wahr- oder Falschheit des ganzen Satzes und der Wahrheitskombinationen der Wahrheitsargumente durch Striche auf folgende Weise: [Abbildung] Dies Zeichen würde also z. B. den Satz p ⊃ q darstellen. Nun will ich z. B. den Satz ~(p . ~p) (Gesetz des Widerspruchs) daraufhin untersuchen, ob er eine Tautologie ist. Die Form „~ξ“ wird in unserer Notation [Abbildung] geschrieben; die Form „ξ . η“ so: [Abbildung] Daher lautet der Satz ~(p . ~q) so: [Abbildung] Setzen wir hier statt „q“ „p“ ein und untersuchen die Verbindung der äußersten W und F mit den innersten, so ergibt sich, dass die Wahrheit des ganzen Satzes *allen* Wahrheitskombinationen seines Argumentes, seine Falschheit keiner der Wahrheitskombinationen zugeordnet ist.	To recognize a tautology as such, one can, in cases where no sign of generality occurs in the tautology, use the following visual method. Instead of “p”, “q”, “r”, etc., I write “W p F”, “W q F”, “W r F”, etc. I express the truth-combinations by means of brackets, for example: [Figure] and the correlation of the truth or falsity of the whole proposition with the truth-combinations of the truth-arguments by means of lines, in the following way: [Figure] So this sign, for example, would represent the proposition p ⊃ q. Now I want to examine, for example, the proposition ~(p . ~p) (the law of contradiction) to find out whether it is a tautology. In our notation the form “~ξ” is written [Figure] and the form “ξ . η” thus: [Figure] Hence the proposition ~(p . ~q) reads as follows: [Figure] If we substitute “p” for “q” here and examine how the outermost W and F are connected with the innermost, it turns out that the truth of the whole proposition is correlated with *all* the truth-combinations of its argument, and its falsity with none of them.
6.121	Die Sätze der Logik demonstrieren die logischen Eigenschaften der Sätze, indem sie sie zu nichtssagenden Sätzen verbinden.	The propositions of logic demonstrate the logical properties of propositions by combining them into propositions that say nothing.

	GERMAN	ENGLISH
	Diese Methode könnte man auch eine Nullmethode nennen. Im logischen Satz werden Sätze miteinander ins Gleichgewicht gebracht und der Zustand des Gleichgewichts zeigt dann an, wie diese Sätze logisch beschaffen sein müssen.	This method could also be called a zero-method. In a logical proposition, propositions are brought into equilibrium with one another, and the state of equilibrium then indicates how these propositions must be logically constituted.[1]
6.122	Daraus ergibt sich, dass wir auch ohne die logischen Sätze auskommen können, da wir ja in einer entsprechenden Notation die formalen Eigenschaften der Sätze durch das bloße Ansehen dieser Sätze erkennen können.	It follows that we can also get by without logical propositions, since in a suitable notation we can recognize the formal properties of propositions simply by looking at those propositions.
6.1221	Ergeben z. B. zwei Sätze „p“ und „q“ in der Verbindung „p ⊃ q“ eine Tautologie, so ist klar, dass q aus p folgt. Dass z. B. „q“ aus „p ⊃ q . p“ folgt, ersehen wir aus diesen beiden Sätzen selbst, aber wir können es auch *so* zeigen, indem wir sie zu „p ⊃ q . p :⊃: q“ verbinden und nun zeigen, dass dies eine Tautologie ist.	If, for example, two propositions “p” and “q” in the combination “p ⊃ q” yield a tautology, then it is clear that q follows from p. That “q” follows from “p ⊃ q . p”, for example, we see from these two propositions themselves; but we can also show it *in this way*: by combining them into “p ⊃ q . p :⊃: q” and then showing that this is a tautology.
6.1222	Dies wirft ein Licht auf die Frage, warum die logischen Sätze nicht durch die Erfahrung bestätigt werden können, ebenso wenig, wie sie durch die Erfahrung widerlegt werden können. Nicht nur muss ein Satz der Logik durch keine mögliche Erfahrung widerlegt werden können, sondern er darf auch nicht durch eine solche bestätigt werden können.	This throws light on the question why logical propositions cannot be confirmed by experience, any more than they can be refuted by experience. Not only must it be impossible for any possible experience to refute a proposition of logic; it must also be impossible for any such experience to confirm it.
6.1223	Nun wird klar, warum man oft fühlte, als wären die „logischen Wahrheiten“ von uns zu „*fordern*“: Wir können sie nämlich insofern fordern, als wir eine genügende Notation fordern können.	Now it becomes clear why people have often felt as though “logical truths” were ours to “*demand*”: we can in fact demand them insofar as we can demand an adequate notation.
6.1224	Es wird jetzt auch klar, warum die Logik die Lehre von den Formen und vom Schließen genannt wurde.	It also becomes clear now why logic has been called the theory of forms and of inference.
6.123	Es ist klar: Die logischen Gesetze dürfen nicht selbst wieder logischen Gesetzen unterstehen. (Es gibt nicht, wie Russell meinte, für jede „Type“ ein eigenes Gesetz des Widerspruches, sondern Eines genügt, da es auf sich selbst nicht angewendet wird.)	It is clear: the laws of logic cannot themselves be subject to further laws of logic. (There is not, as Russell thought, a special law of contradiction for each “type”; one is enough, since it is not applied to itself.)
6.1231	Das Anzeichen des logischen Satzes ist *nicht* die Allgemeingültigkeit. Allgemein sein, heißt ja nur: Zufälligerweise für alle Dinge gelten. Ein unverallgemeinerter Satz kann ja ebensowohl tautologisch sein als ein verallgemeinerter.	The mark of a logical proposition is *not* general validity. To be general, after all, means only to happen to hold for all things. An ungeneralized proposition can be tautological just as well as a generalized one.

1 A zero-method (null method) in physics measures a quantity by balancing it against a known one until an instrument reads zero, as with a balance scale.

	GERMAN	ENGLISH
6.1232	Die logische Allgemeingültigkeit könnte man wesentlich nennen, im Gegensatz zu jener zufälligen, etwa des Satzes: „alle Menschen sind sterblich“. Sätze wie Russells „Axiom of reducibility“ sind nicht logische Sätze, und dies erklärt unser Gefühl: Dass sie, wenn wahr, so doch nur durch einen günstigen Zufall wahr sein könnten.	Logical general validity could be called essential, in contrast to the accidental kind—that of the proposition “all human beings are mortal”, for instance. Propositions like Russell’s “Axiom of reducibility” are not logical propositions, and this explains our feeling that, if they are true, they could only be true by a lucky accident.[2]
6.1233	Es lässt sich eine Welt denken, in der das Axiom of reducibility nicht gilt. Es ist aber klar, dass die Logik nichts mit der Frage zu schaffen hat, ob unsere Welt wirklich so ist oder nicht.	A world can be imagined in which the Axiom of reducibility does not hold. But it is clear that logic has nothing to do with the question whether our world really is like that or not.
6.124	Die logischen Sätze beschreiben das Gerüst der Welt, oder vielmehr, sie stellen es dar. Sie „handeln“ von nichts. Sie setzen voraus, dass Namen Bedeutung, und Elementarsätze Sinn haben: Und dies ist ihre Verbindung mit der Welt. Es ist klar, dass es etwas über die Welt anzeigen muss, dass gewisse Verbindungen von Symbolen – welche wesentlich einen bestimmten Charakter haben – Tautologien sind. Hierin liegt das Entscheidende. Wir sagten, manches an den Symbolen, die wir gebrauchen, wäre willkürlich, manches nicht. In der Logik drückt nur dieses aus: Das heißt aber, in der Logik drücken nicht *wir* mit Hilfe der Zeichen aus, was wir wollen, sondern in der Logik sagt die Natur der naturnotwendigen Zeichen selbst aus: Wenn wir die logische Syntax irgendeiner Zeichensprache kennen, dann sind bereits alle Sätze der Logik gegeben.	The logical propositions describe the scaffolding of the world, or rather they represent it. They are not “about” anything. They presuppose that names have meaning and elementary propositions have sense; and this is their connection with the world. It is clear that it must indicate something about the world that certain combinations of symbols—which essentially have a definite character—are tautologies. This is the decisive point. We said that some things in the symbols we use are arbitrary and some are not. In logic only the latter express anything. But that means that in logic it is not *we* who express what we want with the help of signs; rather, in logic the nature of the naturally necessary signs itself speaks. If we know the logical syntax of any sign-language, then all the propositions of logic are already given.
6.125	Es ist möglich, und zwar auch nach der alten Auffassung der Logik, von vornherein eine Beschreibung aller „wahren“ logischen Sätze zu geben.	It is possible—even on the old conception of logic —to give a description of all “true” logical propositions in advance.
6.1251	Darum kann es in der Logik auch *nie* Überraschungen geben.	That is why there can *never* be surprises in logic.
6.126	Ob ein Satz der Logik angehört, kann man berechnen, indem man die logischen Eigenschaften des *Symbols* berechnet. Und dies tun wir, wenn wir einen logischen Satz „beweisen“. Denn, ohne uns um einen Sinn und eine Bedeutung zu kümmern, bilden wir den logischen Satz aus anderen nach bloßen *Zeichenregeln*. Der Beweis der logischen Sätze besteht darin, dass wir sie aus anderen logischen Sätzen durch successive Anwendung gewisser Operationen entstehen lassen, die	Whether a proposition belongs to logic can be calculated by calculating the logical properties of the *symbol*. And this is what we do when we “prove” a logical proposition. For without concerning ourselves with a sense or a meaning, we form the logical proposition from others by mere *rules for signs*. The proof of logical propositions consists in our producing them from other logical propositions by the successive application of certain operations

2 An axiom of *Principia Mathematica,* introduced to make the theory of types workable for mathematics; Wittgenstein cites it in English.

	GERMAN	ENGLISH
	aus den ersten immer wieder Tautologien erzeugen. (Und zwar *folgen* aus einer Tautologie nur Tautologien.) Natürlich ist diese Art zu zeigen, dass ihre Sätze Tautologien sind, der Logik durchaus unwesentlich. Schon darum, weil die Sätze, von welchen der Beweis ausgeht, ja ohne Beweis zeigen müssen, dass sie Tautologien sind.	that always generate tautologies again from the original ones. (And indeed only tautologies *follow* from a tautology.) Naturally this way of showing that its propositions are tautologies is entirely inessential to logic—if only because the propositions from which the proof starts must show, without proof, that they are tautologies.
6.1261	In der Logik sind Prozess und Resultat äquivalent. (Darum keine Überraschung.)	In logic, process and result are equivalent. (Hence no surprise.)
6.1262	Der Beweis in der Logik ist nur ein mechanisches Hilfsmittel zum leichteren Erkennen der Tautologie, wo sie kompliziert ist.	Proof in logic is merely a mechanical aid for recognizing a tautology more easily where it is complicated.
6.1263	Es wäre ja auch zu merkwürdig, wenn man einen sinnvollen Satz *logisch* aus anderen beweisen könnte, und einen logischen Satz *auch*. Es ist von vornherein klar, dass der logische Beweis eines sinnvollen Satzes und der Beweis *in* der Logik zwei ganz verschiedene Dinge sein müssen.	It would indeed be too remarkable if one could prove a proposition with sense *logically* from others, and a logical proposition *as well*. It is clear from the outset that the logical proof of a proposition with sense and proof *in* logic must be two entirely different things.
6.1264	Der sinnvolle Satz sagt etwas aus, und sein Beweis zeigt, dass es so ist; in der Logik ist jeder Satz die Form eines Beweises. Jeder Satz der Logik ist ein in Zeichen dargestellter modus ponens. (Und den modus ponens kann man nicht durch einen Satz ausdrücken.)	A proposition with sense states something, and its proof shows that it is so; in logic every proposition is the form of a proof. Every proposition of logic is a modus ponens represented in signs. (And modus ponens cannot be expressed by a proposition.)[3]
6.1265	Immer kann man die Logik so auffassen, dass jeder Satz sein eigener Beweis ist.	Logic can always be conceived in such a way that every proposition is its own proof.
6.127	Alle Sätze der Logik sind gleichberechtigt, es gibt unter ihnen nicht wesentlich Grundgesetze und abgeleitete Sätze. Jede Tautologie zeigt selbst, dass sie eine Tautologie ist.	All the propositions of logic are of equal standing; there is no essential division among them into primitive laws and derived propositions. Every tautology itself shows that it is a tautology.
6.1271	Es ist klar, dass die Anzahl der „logischen Grundgesetze“ willkürlich ist, denn man könnte die Logik ja aus Einem Grundgesetz ableiten, indem man einfach z. B. aus Freges Grundgesetzen das logische Produkt bildet. (Frege würde vielleicht sagen, dass dieses Grundgesetz nun nicht mehr unmittelbar einleuchte. Aber es ist merkwürdig, dass ein so exakter Denker wie Frege sich auf den Grad des Einleuchtens als Kriterium des logischen Satzes berufen hat.)	It is clear that the number of “primitive laws of logic” is arbitrary, since one could derive logic from a single primitive law simply by forming, for example, the logical product of Frege’s primitive laws. (Frege would perhaps say that this primitive law was then no longer immediately self-evident. But it is remarkable that a thinker as exact as Frege should have appealed to the degree of self-evidence as the criterion of a logical proposition.)
6.13	Die Logik ist keine Lehre, sondern ein Spiegelbild der Welt.	Logic is not a body of doctrine but a mirror image of the world.

3 *Modus ponens* (Latin, “the mode that affirms”): the rule of inference that from p and p ⊃ q one may infer q.

	GERMAN	ENGLISH
	Die Logik ist transcendental.	Logic is transcendental.
6.2	Die Mathematik ist eine logische Methode. Die Sätze der Mathematik sind Gleichungen, also Scheinsätze.	Mathematics is a logical method. The propositions of mathematics are equations, and therefore pseudo-propositions.
6.21	Der Satz der Mathematik drückt keinen Gedanken aus.	A proposition of mathematics does not express a thought.
6.211	Im Leben ist es ja nie der mathematische Satz, den wir brauchen, sondern wir benützen den mathematischen Satz *nur*, um aus Sätzen, welche nicht der Mathematik angehören, auf andere zu schließen, welche gleichfalls nicht der Mathematik angehören. (In der Philosophie führt die Frage: „wozu gebrauchen wir eigentlich jenes Wort, jenen Satz“ immer wieder zu wertvollen Einsichten.)	In life it is never the mathematical proposition that we need; rather, we use mathematical propositions *only* in order to infer, from propositions that do not belong to mathematics, other propositions that likewise do not belong to mathematics. (In philosophy the question “What do we actually use that word, that proposition, for?” leads again and again to valuable insights.)
6.22	Die Logik der Welt, die die Sätze der Logik in den Tautologien zeigen, zeigt die Mathematik in den Gleichungen.	The logic of the world, which the propositions of logic show in tautologies, mathematics shows in equations.
6.23	Wenn zwei Ausdrücke durch das Gleichheitszeichen verbunden werden, so heißt das, sie sind durch einander ersetzbar. Ob dies aber der Fall ist, muss sich an den beiden Ausdrücken selbst zeigen. Es charakterisiert die logische Form zweier Ausdrücke, dass sie durch einander ersetzbar sind.	If two expressions are connected by the sign of equality, this means that they can be substituted for each other. But whether this is the case must show itself in the two expressions themselves. It characterizes the logical form of two expressions that they can be substituted for each other.
6.231	Es ist eine Eigenschaft der Bejahung, dass man sie als doppelte Verneinung auffassen kann. Es ist eine Eigenschaft von „1 + 1 + 1 + 1“, dass man es als „(1 + 1) + (1 + 1)“ auffassen kann.	It is a property of affirmation that it can be conceived as double negation. It is a property of “1 + 1 + 1 + 1” that it can be conceived as “(1 + 1) + (1 + 1)”.
6.232	Frege sagt, die beiden Ausdrücke haben dieselbe Bedeutung, aber verschiedenen Sinn. Das Wesentliche an der Gleichung ist aber, dass sie nicht notwendig ist, um zu zeigen, dass die beiden Ausdrücke, die das Gleichheitszeichen verbindet, dieselbe Bedeutung haben, da sich dies aus den beiden Ausdrücken selbst ersehen lässt.	Frege says that the two expressions have the same meaning but a different sense. But what is essential about an equation is that it is not needed in order to show that the two expressions connected by the sign of equality have the same meaning, since this can be seen from the two expressions themselves.
6.2321	Und, dass die Sätze der Mathematik bewiesen werden können, heißt ja nichts anderes, als dass ihre Richtigkeit einzusehen ist, ohne dass das, was sie ausdrücken, selbst mit den Tatsachen auf seine Richtigkeit hin verglichen werden muss.	And that the propositions of mathematics can be proved means nothing other than that their correctness can be seen without our having to compare what they express with the facts to check whether it is correct.
6.2322	Die Identität der Bedeutung zweier Ausdrücke lässt sich nicht *behaupten*. Denn, um etwas von ihrer Bedeutung behaupten zu können, muss ich ihre Bedeutung kennen:	The identity of meaning of two expressions cannot be *asserted*. For in order to be able to assert something about their meaning, I must know their

	GERMAN	ENGLISH
	und indem ich ihre Bedeutung kenne, weiß ich, ob sie dasselbe oder verschiedenes bedeuten.	meaning; and in knowing their meaning, I know whether they mean the same thing or different things.
6.2323	Die Gleichung kennzeichnet nur den Standpunkt, von welchem ich die beiden Ausdrücke betrachte, nämlich vom Standpunkte ihrer Bedeutungsgleichheit.	An equation marks only the point of view from which I consider the two expressions: namely, the point of view of their equality of meaning.
6.233	Die Frage, ob man zur Lösung der mathematischen Probleme die Anschauung brauche, muss dahin beantwortet werden, dass eben die Sprache hier die nötige Anschauung liefert.	To the question whether intuition is needed to solve mathematical problems, the answer must be that here it is language itself that supplies the necessary intuition.[4]
6.2331	Der Vorgang des *Rechnens* vermittelt eben diese Anschauung. Die Rechnung ist kein Experiment.	It is precisely the process of *calculating* that brings about this intuition. A calculation is not an experiment.
6.234	Die Mathematik ist eine Methode der Logik.	Mathematics is a method of logic.
6.2341	Das Wesentliche der mathematischen Methode ist es, mit Gleichungen zu arbeiten. Auf dieser Methode beruht es nämlich, dass jeder Satz der Mathematik sich von selbst verstehen muss.	The essence of the mathematical method is working with equations. For it is on this method that the fact rests that every proposition of mathematics must be intelligible by itself.
6.24	Die Methode der Mathematik, zu ihren Gleichungen zu kommen, ist die Substitutionsmethode. Denn die Gleichungen drücken die Ersetzbarkeit zweier Ausdrücke aus und wir schreiten von einer Anzahl von Gleichungen zu neuen Gleichungen vor, indem wir, den Gleichungen entsprechend, Ausdrücke durch andere ersetzen.	The method by which mathematics arrives at its equations is the method of substitution. For equations express the substitutability of two expressions, and we proceed from a number of equations to new equations by replacing expressions with others in accordance with the equations.
6.241	So lautet der Beweis des Satzes 2 × 2 = 4: (Ω^{ν})^{μ}'x = Ω^{ν× μ}'x Def. Ω^{2 × 2}'x = (Ω²)²'x = (Ω²)^{1 + 1}'x = Ω²'Ω²'x = Ω^{1 + 1}'Ω^{1 + 1}'x = (Ω'Ω)'(Ω'Ω)' x = Ω'Ω'Ω'Ω'x = Ω^{1 + 1 + 1 + 1}'x = Ω⁴'x.	Thus the proof of the proposition 2 × 2 = 4 runs: (Ω^{ν})^{μ}'x = Ω^{ν× μ}'x Def. Ω^{2 × 2}'x = $(\Omega^2)^2$'x = (Ω²)^{1 + 1}'x = Ω²'Ω²'x = Ω^{1 + 1}'Ω^{1 + 1}'x = (Ω'Ω)'(Ω'Ω)' x = Ω'Ω'Ω'Ω'x = Ω^{1 + 1 + 1 + 1}'x = Ω⁴'x.
6.3	Die Erforschung der Logik bedeutet die Erforschung *aller Gesetzmäßigkeit*. Und außerhalb der Logik ist alles Zufall.	The investigation of logic means the investigation of *all conformity to law*. And outside logic everything is accident.
6.31	Das sogenannte Gesetz der Induktion kann jedenfalls kein logisches Gesetz sein, denn es ist offenbar ein sinnvoller Satz. – Und darum kann es auch kein Gesetz a priori sein.	The so-called law of induction cannot in any case be a law of logic, since it is obviously a proposition with sense.—And for that reason it cannot be an a priori law either.
6.32	Das Kausalitätsgesetz ist kein Gesetz, sondern die Form eines Gesetzes.	The law of causality is not a law but the form of a law.

4 Intuition (*Anschauung*): Kant's term for the immediate, sensible grasp of space and time on which, in his view, mathematics rests.

	GERMAN	ENGLISH
6.321	„Kausalitätsgesetz“, das ist ein Gattungsname. Und wie es in der Mechanik, sagen wir, Minimum-Gesetze gibt – etwa der kleinsten Wirkung – so gibt es in der Physik Kausalitätsgesetze, Gesetze von der Kausalitätsform.	“Law of causality”—that is a generic name. And just as in mechanics there are, let us say, minimum laws—such as the law of least action—so in physics there are laws of causality, laws of the causal form.[5]
6.3211	Man hat ja auch davon eine Ahnung gehabt, dass es *ein* „Gesetz der kleinsten Wirkung“ geben müsse, ehe man genau wusste, wie es lautete. (Hier, wie immer, stellt sich das a priori Gewisse als etwas rein Logisches heraus.)	Indeed, people had an inkling that there must be *a* “law of least action” before they knew exactly what it said. (Here, as always, what is certain a priori turns out to be something purely logical.)
6.33	Wir *glauben* nicht a priori an ein Erhaltungsgesetz, sondern wir *wissen* a priori die Möglichkeit einer logischen Form.	We do not *believe* a priori in a law of conservation; rather, we *know* a priori the possibility of a logical form.
6.34	Alle jene Sätze, wie der Satz vom Grunde, von der Kontinuität in der Natur, vom kleinsten Aufwande in der Natur etc. etc., alle diese sind Einsichten a priori über die mögliche Formgebung der Sätze der Wissenschaft.	All those propositions—such as the principle of sufficient reason, the principle of continuity in nature, the principle of least effort in nature, etc., etc.—all of these are a priori insights into the possible forms that can be given to the propositions of science.
6.341	Die Newtonsche Mechanik z. B. bringt die Weltbeschreibung auf eine einheitliche Form. Denken wir uns eine weiße Fläche, auf der unregelmäßige schwarze Flecken wären. Wir sagen nun: Was für ein Bild immer hierdurch entsteht, immer kann ich seiner Beschreibung beliebig nahe kommen, indem ich die Fläche mit einem entsprechend feinen quadratischen Netzwerk bedecke und nun von jedem Quadrat sage, dass es weiß oder schwarz ist. Ich werde auf diese Weise die Beschreibung der Fläche auf eine einheitliche Form gebracht haben. Diese Form ist beliebig, denn ich hätte mit dem gleichen Erfolge ein Netz aus dreieckigen oder sechseckigen Maschen verwenden können. Es kann sein, dass die Beschreibung mit Hilfe eines Dreiecks-Netzes einfacher geworden wäre; das heißt, dass wir die Fläche mit einem gröberen Dreiecks-Netz genauer beschreiben könnten als mit einem feineren quadratischen (oder umgekehrt) usw. Den verschiedenen Netzen entsprechen verschiedene Systeme der Weltbeschreibung. Die Mechanik bestimmt eine Form der Weltbeschreibung, indem sie sagt: Alle Sätze der Weltbeschreibung müssen aus einer Anzahl gegebener Sätze – den mechanischen Axiomen – auf eine gegebene Art und Weise erhalten werden. Hierdurch liefert sie die Bausteine zum Bau des wissenschaftlichen Gebäudes und sagt: Welches Gebäude immer du	Newtonian mechanics, for example, brings the description of the world into a unified form. Let us imagine a white surface with irregular black spots on it. We now say: whatever kind of picture results from this, I can always come as close as I like to a description of it by covering the surface with a suitably fine network of squares and then saying of each square that it is white or black. In this way I will have brought the description of the surface into a unified form. This form is arbitrary, since I could have used a net with triangular or hexagonal meshes with equal success. It may be that the description using a triangular net would have been simpler; that is, that we could describe the surface more accurately with a coarser triangular net than with a finer square one (or vice versa), and so on. Different systems for describing the world correspond to the different nets. Mechanics determines one form of description of the world by saying: all propositions in the description of the world must be obtained in a given way from a number of given propositions—the axioms of mechanics. In this way it supplies the bricks for putting up the edifice of science, and it says: whatever building you want to erect, you must

5 The principle of least action states that a physical system moves along the path for which a certain quantity, the action, is smallest.

	GERMAN	ENGLISH
	aufführen willst, jedes musst du irgendwie mit diesen und nur diesen Bausteinen zusammenbringen. (Wie man mit dem Zahlensystem jede beliebige Anzahl, so muss man mit dem System der Mechanik jeden beliebigen Satz der Physik hinschreiben können.)	somehow assemble it with these bricks, and with these alone. (Just as with the number system one must be able to write down any number whatever, so with the system of mechanics one must be able to write down any proposition of physics whatever.)
6.342	Und nun sehen wir die gegenseitige Stellung von Logik und Mechanik. (Man könnte das Netz auch aus verschiedenartigen Figuren etwa aus Dreiecken und Sechsecken bestehen lassen.) Dass sich ein Bild, wie das vorhin erwähnte, durch ein Netz von gegebener Form beschreiben lässt, sagt über das Bild *nichts* aus. (Denn dies gilt für jedes Bild dieser Art.) Das aber charakterisiert das Bild, dass es sich durch ein bestimmtes Netz von *bestimmter* Feinheit *vollständig* beschreiben lässt. So auch sagt es nichts über die Welt aus, dass sie sich durch die Newtonsche Mechanik beschreiben lässt; wohl aber, dass sie sich *so* durch jene beschreiben lässt, wie dies eben der Fall ist. Auch das sagt etwas über die Welt, dass sie sich durch die eine Mechanik einfacher beschreiben lässt als durch die andere.	And now we can see the relative positions of logic and mechanics. (The net could also consist of figures of different kinds, for instance of triangles and hexagons.) That a picture like the one just mentioned can be described by a net of a given form says *nothing* about the picture. (For this holds of every picture of this kind.) What does characterize the picture, though, is that it can be *completely* described by a particular net of a *particular* fineness. In the same way, it says nothing about the world that it can be described by Newtonian mechanics; but it does say something that it can be described by it in *just the way* it in fact is. It also says something about the world that it can be described more simply by one mechanics than by another.
6.343	Die Mechanik ist ein Versuch, alle *wahren* Sätze, die wir zur Weltbeschreibung brauchen, nach Einem Plane zu konstruieren.	Mechanics is an attempt to construct all the *true* propositions we need for describing the world according to a single plan.
6.3431	Durch den ganzen logischen Apparat hindurch sprechen die physikalischen Gesetze doch von den Gegenständen der Welt.	Through the whole logical apparatus, the laws of physics still speak of the objects of the world.
6.3432	Wir dürfen nicht vergessen, dass die Weltbeschreibung durch die Mechanik immer die ganz allgemeine ist. Es ist in ihr z. B. nie von *bestimmten* materiellen Punkten die Rede, sondern immer nur von *irgend welchen*.	We must not forget that the description of the world by mechanics is always entirely general. It never speaks, for example, of *particular* material points, but always only of *any* material points whatever.
6.35	Obwohl die Flecke in unserem Bild geometrische Figuren sind, so kann doch selbstverständlich die Geometrie gar nichts über ihre tatsächliche Form und Lage sagen. Das Netz aber ist *rein* geometrisch, alle seine Eigenschaften können a priori angegeben werden. Gesetze wie der Satz vom Grunde, etc. handeln vom Netz, nicht von dem, was das Netz beschreibt.	Although the spots in our picture are geometrical figures, geometry can obviously say nothing at all about their actual shape and position. But the net is *purely* geometrical; all its properties can be given a priori. Laws like the principle of sufficient reason, etc., are about the net, not about what the net describes.
6.36	Wenn es ein Kausalitätsgesetz gäbe, so könnte es lauten: „Es gibt Naturgesetze“. Aber freilich kann man das nicht sagen: es zeigt sich.	If there were a law of causality, it might run: “There are laws of nature”. But of course that cannot be said: it shows itself.

	GERMAN	ENGLISH
6.361	In der Ausdrucksweise Hertz's könnte man sagen: Nur *gesetzmäßige* Zusammenhänge sind *denkbar*.	In Hertz's terminology one could say: only connections that are *subject to law* are *thinkable*.
6.3611	Wir können keinen Vorgang mit dem „Ablauf der Zeit" vergleichen – diesen gibt es nicht –, sondern nur mit einem anderen Vorgang (etwa mit dem Gang des Chronometers). Daher ist die Beschreibung des zeitlichen Verlaufs nur so möglich, dass wir uns auf einen anderen Vorgang stützen. Ganz Analoges gilt für den Raum. Wo man z. B. sagt, es könne keines von zwei Ereignissen (die sich gegenseitig ausschließen) eintreten, weil *keine Ursache* vorhanden sei, warum das eine eher als das andere eintreten solle, da handelt es sich in Wirklichkeit darum, dass man gar nicht *eines* der beiden Ereignisse beschreiben kann, wenn nicht irgend eine Asymmetrie vorhanden ist. Und *wenn* eine solche Asymmetrie vorhanden *ist*, so können wir diese als *Ursache* des Eintreffens des einen und Nicht-Eintreffens des anderen auffassen.	We cannot compare any process with the "passage of time"—there is no such thing—but only with another process (such as the working of a chronometer). Hence the course of time can be described only by relying on some other process. Something exactly analogous holds for space. When people say, for example, that neither of two events (which exclude each other) can occur, because there is *no cause* why the one should occur rather than the other, what is really at issue is that one cannot even describe *one* of the two events unless there is some asymmetry. And *if* there *is* such an asymmetry, we can regard it as the *cause* of the one event's occurring and the other's not occurring.
6.36111	Das Kant'sche Problem von der rechten und linken Hand, die man nicht zur Deckung bringen kann, besteht schon in der Ebene, ja im eindimensionalen Raum, wo die beiden kongruenten Figuren a und b auch nicht zur Deckung gebracht werden können, ohne aus diesem Raum – – – ○———× – – ×———○ – – – a b herausbewegt zu werden. Rechte und linke Hand sind tatsächlich vollkommen kongruent. Und dass man sie nicht zur Deckung bringen kann, hat damit nichts zu tun. Den rechten Handschuh könnte man an die linke Hand ziehen, wenn man ihn im vierdimensionalen Raum umdrehen könnte.	Kant's problem about the right and the left hand, which cannot be made to coincide, already exists in the plane—indeed in one-dimensional space, where the two congruent figures a and b likewise cannot be made to coincide without being moved – – – ○———× – – ×———○ – – – a b out of this space. Right and left hands are in fact completely congruent. And the fact that they cannot be made to coincide has nothing to do with that. A right-hand glove could be put on the left hand if it could be turned around in four-dimensional space.[6]
6.362	Was sich beschreiben lässt, das kann auch geschehen, und was das Kausalitätsgesetz ausschließen soll, das lässt sich auch nicht beschreiben.	What can be described can also happen; and what the law of causality is supposed to exclude cannot even be described.
6.363	Der Vorgang der Induktion besteht darin, dass wir das *einfachste* Gesetz annehmen, das mit unseren Erfahrungen in Einklang zu bringen ist.	The process of induction consists in our adopting the *simplest* law that can be brought into agreement with our experiences.
6.3631	Dieser Vorgang hat aber keine logische, sondern nur eine psychologische Begründung.	This process, however, has no logical justification, only a psychological one.

6 Kant discusses such "incongruent counterparts" in the *Prolegomena* (1783), §13: mirror-image objects that are alike in every inner respect yet cannot occupy the same space.

	GERMAN	ENGLISH
	Es ist klar, dass kein Grund vorhanden ist, zu glauben, es werde nun auch wirklich der einfachste Fall eintreten.	It is clear that there is no reason to believe that the simplest case will in fact occur.
6.36311	Dass die Sonne morgen aufgehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir *wissen* nicht, ob sie aufgehen wird.	That the sun will rise tomorrow is a hypothesis; and that means: we do not *know* whether it will rise.
6.37	Einen Zwang, nach dem Eines geschehen müsste, weil etwas anderes geschehen ist, gibt es nicht. Es gibt nur eine *logische* Notwendigkeit.	There is no compulsion by which one thing would have to happen because something else has happened. There is only *logical* necessity.
6.371	Der ganzen modernen Weltanschauung liegt die Täuschung zugrunde, dass die sogenannten Naturgesetze die Erklärungen der Naturerscheinungen seien.	The whole modern view of the world rests on the illusion that the so-called laws of nature are the explanations of natural phenomena.
6.372	So bleiben sie bei den Naturgesetzen als bei etwas Unantastbarem stehen, wie die Älteren bei Gott und dem Schicksal. Und sie haben ja beide Recht, und Unrecht. Die Alten sind allerdings insofern klarer, als sie einen klaren Abschluss anerkennen, während es bei dem neuen System scheinen soll, als sei *alles* erklärt.	So people stop at the laws of nature as at something inviolable, as people in earlier times stopped at God and fate. And both are right, and wrong. But the ancients are clearer in that they acknowledge a clear endpoint, while the new system tries to make it look as if *everything* has been explained.
6.373	Die Welt ist unabhängig von meinem Willen.	The world is independent of my will.
6.374	Auch wenn alles, was wir wünschen, geschähe, so wäre dies doch nur, sozusagen, eine Gnade des Schicksals, denn es ist kein *logischer* Zusammenhang zwischen Willen und Welt, der dies verbürgte, und den angenommenen physikalischen Zusammenhang könnten wir doch nicht selbst wieder wollen.	Even if everything we wish for were to happen, this would still only be, so to speak, a favor granted by fate; for there is no *logical* connection between will and world that would guarantee it, and the supposed physical connection is not something we could in turn will.
6.375	Wie es nur eine *logische* Notwendigkeit gibt, so gibt es auch nur eine *logische* Unmöglichkeit.	Just as there is only *logical* necessity, so too there is only *logical* impossibility.
6.3751	Dass z. B. zwei Farben zugleich an einem Ort des Gesichtsfeldes sind, ist unmöglich, und zwar logisch unmöglich, denn es ist durch die logische Struktur der Farbe ausgeschlossen. Denken wir daran, wie sich dieser Widerspruch in der Physik darstellt: Ungefähr so, dass ein Teilchen nicht zu gleicher Zeit zwei Geschwindigkeiten haben kann; das heißt, dass es nicht zu gleicher Zeit an zwei Orten sein kann; das heißt, dass Teilchen an verschiedenen Orten zu Einer Zeit nicht identisch sein können. (Es ist klar, dass das logische Produkt zweier Elementarsätze weder eine Tautologie noch eine Kontradiktion sein kann. Die Aussage, dass ein Punkt des Gesichtsfeldes zu gleicher Zeit zwei verschiedene Farben hat, ist eine Kontradiktion.)	For two colors, for example, to be at one place in the visual field at the same time is impossible—logically impossible, in fact, since it is ruled out by the logical structure of color. Let us consider how this contradiction is represented in physics. Roughly like this: a particle cannot have two velocities at the same time; that is, it cannot be in two places at the same time; that is, particles in different places at one and the same time cannot be identical. (It is clear that the logical product of two elementary propositions can be neither a tautology nor a contradiction. The statement that a point in the visual field has two different colors at the same time is a contradiction.)
6.4	Alle Sätze sind gleichwertig.	All propositions are of equal value.

	GERMAN	ENGLISH
6.41	Der Sinn der Welt muss außerhalb ihrer liegen. In der Welt ist alles, wie es ist, und geschieht alles, wie es geschieht; es gibt *in* ihr keinen Wert – und wenn es ihn gäbe, so hätte er keinen Wert. Wenn es einen Wert gibt, der Wert hat, so muss er außerhalb alles Geschehens und So-Seins liegen. Denn alles Geschehen und So-Sein ist zufällig. Was es nichtzufällig macht, kann nicht *in* der Welt liegen, denn sonst wäre dies wieder zufällig. Es muss außerhalb der Welt liegen.	The sense of the world must lie outside it. In the world everything is as it is, and everything happens as it happens; *in* it there is no value—and if there were, it would have no value. If there is a value that does have value, it must lie outside everything that happens and everything that is so. For everything that happens and everything that is so is accidental. What makes it non-accidental cannot lie *in* the world, for then this would again be accidental. It must lie outside the world.
6.42	Darum kann es auch keine Sätze der Ethik geben. Sätze können nichts Höheres ausdrücken.	That is why there can be no propositions of ethics either. Propositions cannot express anything higher.
6.421	Es ist klar, dass sich die Ethik nicht aussprechen lässt. Die Ethik ist transcendental. (Ethik und Ästhetik sind Eins.)	It is clear that ethics cannot be put into words. Ethics is transcendental. (Ethics and aesthetics are one.)
6.422	Der erste Gedanke bei der Aufstellung eines ethischen Gesetzes von der Form „du sollst . . . .“ ist: Und was dann, wenn ich es nicht tue? Es ist aber klar, dass die Ethik nichts mit Strafe und Lohn im gewöhnlichen Sinne zu tun hat. Also muss diese Frage nach den *Folgen* einer Handlung belanglos sein. – Zum Mindesten dürfen diese Folgen nicht Ereignisse sein. Denn etwas muss doch an jener Fragestellung richtig sein. Es muss zwar eine Art von ethischem Lohn und ethischer Strafe geben, aber diese müssen in der Handlung selbst liegen. (Und das ist auch klar, dass der Lohn etwas Angenehmes, die Strafe etwas Unangenehmes sein muss.)	The first thought when an ethical law of the form “you shall . . . .” is laid down is: And what if I don’t do it? But it is clear that ethics has nothing to do with punishment and reward in the ordinary sense. So this question about the *consequences* of an action must be irrelevant.—At least these consequences must not be events. For there must be something right about the way that question is posed. There must indeed be a kind of ethical reward and ethical punishment, but these must lie in the action itself. (And it is also clear that the reward must be something pleasant and the punishment something unpleasant.)
6.423	Vom Willen als dem Träger des Ethischen kann nicht gesprochen werden. Und der Wille als Phänomen interessiert nur die Psychologie.	We cannot speak of the will as the bearer of the ethical. And the will as a phenomenon is of interest only to psychology.
6.43	Wenn das gute oder böse Wollen die Welt ändert, so kann es nur die Grenzen der Welt ändern, nicht die Tatsachen; nicht das, was durch die Sprache ausgedrückt werden kann. Kurz, die Welt muss dann dadurch überhaupt eine andere werden. Sie muss sozusagen als Ganzes abnehmen oder zunehmen. Die Welt des Glücklichen ist eine andere als die des Unglücklichen.	If good or evil willing changes the world, it can change only the limits of the world, not the facts—not what can be expressed by language. In short, the world must then, through this, become a different world altogether. It must, so to speak, shrink or grow as a whole. The world of the happy is a different world from that of the unhappy.

	GERMAN	ENGLISH
6.431	Wie auch beim Tod die Welt sich nicht ändert, sondern aufhört.	Just as, at death, too, the world does not change but ceases.
6.4311	Der Tod ist kein Ereignis des Lebens. Den Tod erlebt man nicht. Wenn man unter Ewigkeit nicht unendliche Zeitdauer, sondern Unzeitlichkeit versteht, dann lebt der ewig, der in der Gegenwart lebt. Unser Leben ist ebenso endlos, wie unser Gesichtsfeld grenzenlos ist.	Death is not an event in life. We do not live through death. If by eternity we understand not infinite duration in time but timelessness, then whoever lives in the present lives eternally. Our life is endless in just the way that our visual field is boundless.
6.4312	Die zeitliche Unsterblichkeit der Seele des Menschen, das heißt also ihr ewiges Fortleben auch nach dem Tode, ist nicht nur auf keine Weise verbürgt, sondern vor allem leistet diese Annahme gar nicht das, was man immer mit ihr erreichen wollte. Wird denn dadurch ein Rätsel gelöst, dass ich ewig fortlebe? Ist denn dieses ewige Leben dann nicht ebenso rätselhaft wie das gegenwärtige? Die Lösung des Rätsels des Lebens in Raum und Zeit liegt *außerhalb* von Raum und Zeit. (Nicht Probleme der Naturwissenschaft sind ja zu lösen.)	The temporal immortality of the human soul—that is, its eternal survival after death—is not only in no way guaranteed; above all, this assumption does not do at all what people have always wanted it to do. Is some riddle solved by my surviving forever? Is this eternal life not, then, just as much of a riddle as our present one? The solution of the riddle of life in space and time lies *outside* space and time. (It is not problems of natural science, after all, that have to be solved.)
6.432	*Wie* die Welt ist, ist für das Höhere vollkommen gleichgültig. Gott offenbart sich nicht *in* der Welt.	*How* the world is, is a matter of complete indifference for what is higher. God does not reveal himself *in* the world.
6.4321	Die Tatsachen gehören alle nur zur Aufgabe, nicht zur Lösung.	The facts all belong only to the problem, not to the solution.
6.44	Nicht *wie* die Welt ist, ist das Mystische, sondern *dass* sie ist.	The mystical is not *how* the world is, but *that* it is.
6.45	Die Anschauung der Welt sub specie aeterni ist ihre Anschauung als – begrenztes – Ganzes. Das Gefühl der Welt als begrenztes Ganzes ist das mystische.	The contemplation of the world sub specie aeterni [under the aspect of eternity] is its contemplation as a—limited—whole. The feeling of the world as a limited whole is the mystical.[7]
6.5	Zu einer Antwort, die man nicht aussprechen kann, kann man auch die Frage nicht aussprechen. *Das Rätsel* gibt es nicht. Wenn sich eine Frage überhaupt stellen lässt, so *kann* sie auch beantwortet werden.	When an answer cannot be put into words, neither can the question. *The riddle* does not exist. If a question can be asked at all, then it *can* also be answered.
6.51	Skeptizismus ist *nicht* unwiderleglich, sondern offenbar unsinnig, wenn er bezweifeln will, wo nicht gefragt werden kann.	Skepticism is *not* irrefutable, but obviously nonsensical, when it tries to doubt where no question can be asked.

7 The Latin phrase echoes Spinoza, who speaks in his *Ethics* (1677) of knowing things *sub specie aeternitatis*.

	GERMAN	ENGLISH
	Denn Zweifel kann nur bestehen, wo eine Frage besteht; eine Frage nur, wo eine Antwort besteht, und diese nur, wo etwas *gesagt* werden *kann*.	For doubt can exist only where a question exists; a question only where an answer exists; and an answer only where something *can* be *said*.
6.52	Wir fühlen, daß selbst, wenn alle *möglichen* wissenschaftlichen Fragen beantwortet sind, unsere Lebensprobleme noch gar nicht berührt sind. Freilich bleibt dann eben keine Frage mehr; und eben dies ist die Antwort.	We feel that even when all *possible* scientific questions have been answered, the problems of our life have not yet been touched at all. Of course, there is then no question left; and precisely this is the answer.
6.521	Die Lösung des Problems des Lebens merkt man am Verschwinden dieses Problems. (Ist nicht dies der Grund, warum Menschen, denen der Sinn des Lebens nach langen Zweifeln klar wurde, warum diese dann nicht sagen konnten, worin dieser Sinn bestand.)	The solution of the problem of life is seen in the vanishing of this problem. (Is this not the reason why people to whom the sense of life became clear after long doubt could not then say what that sense consisted in?)
6.522	Es gibt allerdings Unaussprechliches. Dies *zeigt* sich, es ist das Mystische.	There is indeed what cannot be put into words. This *shows* itself; it is the mystical.
6.53	Die richtige Methode der Philosophie wäre eigentlich die: Nichts zu sagen, als was sich sagen lässt, also Sätze der Naturwissenschaft – also etwas, was mit Philosophie nichts zu tun hat –, und dann immer, wenn ein anderer etwas Metaphysisches sagen wollte, ihm nachzuweisen, dass er gewissen Zeichen in seinen Sätzen keine Bedeutung gegeben hat. Diese Methode wäre für den anderen unbefriedigend – er hätte nicht das Gefühl, dass wir ihn Philosophie lehrten – aber *sie* wäre die einzig streng richtige.	The correct method in philosophy would really be this: to say nothing except what can be said—that is, propositions of natural science, and so something that has nothing to do with philosophy—and then, whenever someone else wanted to say something metaphysical, to demonstrate to him that he had given no meaning to certain signs in his propositions. This method would be unsatisfying to the other person—he would not have the feeling that we were teaching him philosophy—but *it* would be the only strictly correct one.
6.54	Meine Sätze erläutern dadurch, dass sie der, welcher mich versteht, am Ende als unsinnig erkennt, wenn er durch sie – auf ihnen – über sie hinausgestiegen ist. (Er muss sozusagen die Leiter wegwerfen, nachdem er auf ihr hinaufgestiegen ist.) Er muss diese Sätze überwinden, dann sieht er die Welt richtig.	My propositions elucidate in this way: whoever understands me eventually recognizes them as nonsensical, once he has climbed through them—on them—beyond them. (He must, so to speak, throw away the ladder after he has climbed up it.) He must surmount these propositions; then he sees the world rightly.

Proposition 7

What we cannot speak about we must pass over in silence

	GERMAN	ENGLISH
7	Wovon man nicht sprechen kann, darüber muss man schweigen.	What we cannot speak about we must pass over in silence.